

# CONCRETO ARMADO

## Predimensionamiento y estados elásticos

Russell Mejia Cayllahua



# **CONCRETO ARMADO**

## **Predimensionamiento y estados elásticos**

**LIB-IP.021**

**Russell Mejia Cayllahua**



## Concreto armado: predimensionamiento y estados elásticos

Autor:

Russell Mejia Cayllahua

Primera edición digital

Publicado en Puno, noviembre de 2025

Libro electrónico disponible en:

<https://editorial.inudi.edu.pe/plus>

ISBN: 978-612-5130-63-1 (PDF)

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2025-13788

**Categoría:** Texto universitario

### Editado por:

Instituto Universitario de Innovación Ciencia y Tecnología Inudi Perú S.A.C.

Urb. Ciudad Jardín Mz. B3 Lt. 2, Puno - Perú

RUC: 20608044818

**Email:** [editorial@inudi.edu.pe](mailto:editorial@inudi.edu.pe) / [info@inudi.edu.pe](mailto:info@inudi.edu.pe)

**Teléfono:** +51 973668341

**Sitio web:** <https://editorial.inudi.edu.pe>

### Diseño de Portada:

Edson Sarmiento

Publicado en Perú / Posted in Peru



*Esta obra está bajo una licencia CC BY-NC-SA 4.0  
DEED Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0  
Internacional*

**Evaluación de contenido:** No aplica.

*Los autores son moral y legalmente responsables de la información expresada en este libro, así como del respeto a los derechos de autor; por lo tanto, no comprometen en ningún sentido a la editorial.*

### CONSEJO EDITORIAL

**Administrador:** Lic. Leydi Gabriela Ramos Ramos

**Editor Jefe:** Ing. Edson Efrain Sarmiento Quispe

#### Editores:

Dra. Bethzabe Cotrado Mendoza / Dra. Manuela Daishy Casa Coila / Dr. Edgar Estanislao Mancha Pineda / Dra. Luz Wilfreda Cusi Zamata / MSc. Rebeca Alanoca Gutiérrez / Dr. Wilson Gregorio Sucari Turpo / Dra. Yolanda Lujano Ortega / Dra. Sheyla Lenna Cervantes Alagón / Dra. Dometila Mamani Jilaja / Dr. Peregrino Melinton Lopez Paz / Dra. Nina Eleonor Vizcarra Herles / Mg. Lourdes Antonieta López Cueva / Dr. Carlos Alfredo Castro Quispe / Dr. Edgar Darío Callohuanca Avalos / Dra. Diana Águeda Vargas Velásquez / M.Sc. Yésica Dominga Díaz Vilcanqui / Dra. Tania Carola Padilla Cáceres / Patty Samanta Aza Suaña.

### Declaración conflictos de interés:

Los autores de esta publicación declaran la inexistencia de conflictos de interés de cualquier índole con instituciones o asociaciones comerciales.

### Financiamiento:

Publicación autofinanciada.



**Director Ejecutivo**

Dr. Wilson Gregorio Sucari Turpo

**Director Académico**

Lic. Leydi Gabriela Ramos Ramos

**Director de Investigación**

Ing. Edson Efrain Sarmiento Quispe

**Director de Innovación y Transferencia Tecnológica**

Marcos German Ccari Laura

## **Acerca del Autor**

- Ingeniero Civil de la Universidad Nacional de Huancavelica - UNH.
- Maestría en Ingeniería Civil: Mención en Ingeniería de Transportes de la Universidad Peruana Los Andes - UPLA.
- Estudiante de Doctorado en Ciencias Ambientales, de la Universidad Nacional de Huancavelica - UNH.
- Estudiante de Ingeniería Ambiental en la Universidad Continental - UC Huancayo.
- Catedrático de la escuela Profesional de Ingeniería Civil - Huancavelica.
- Catedrático en la escuela Profesional de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.
- Consultor de proyectos, experiencia profesional en instituciones públicas y privadas.

### **Consultas y sugerencias**

russell.mejia.2018@gmail.com

russell.mejia@unh.edu.pe

## **DEDICATORIA**

A mi familia, fuente constante de fortaleza y apoyo incondicional.

De manera muy especial, dedico este trabajo a la memoria de mi padre, Pedro Mejía Taipe, quien desde el cielo continúa inspirándome a crecer y a seguir desarrollándome profesionalmente. Su ejemplo y amor permanecen como guía en cada paso de mi camino.

# ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL.....	6
ÍNDICE DE TABLAS .....	9
ÍNDICE DE FIGURAS .....	10
SINOPSIS.....	12
PRÓLOGO .....	13

## CAPÍTULO I

### RESISTENCIA Y MÉTODOS DE DISEÑO

1.1 El concreto.....	15
1.1.1 Resistencia a la compresión .....	15
1.1.2 Módulo de elasticidad del concreto ( $E_c$ ).....	17
1.2 El acero .....	20
1.2.1 Resistencia a la tracción del acero .....	20
1.3 Métodos de diseño .....	23
1.3.1 Método del diseño elástico.....	24
1.3.2 Método del diseño por rotura.....	25
1.3.3 Diseño por capacidad .....	28

**CAPÍTULO II**  
**CARGAS Y PREDIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS**  
**ESTRUCTURALES**

2.1 Cargas .....	31
2.1.1 Combinaciones de carga.....	34
2.2 Predimensionamiento.....	38
2.2.1 Predimensionamiento de losas.....	38
2.2.2 Tipos de losas.....	38
2.2.3 Predimensionamiento de vigas .....	42
2.2.4 Ancho tributario en vigas.....	44
Ejercicio de aplicación .....	49
2.2.5 Predimensionamiento de columnas.....	52
2.2.6 Fórmula de predimensionamiento.....	55
2.2.7 Cargas de gravedad (PG) de uso práctico.....	56
Problemas resueltos .....	57

**CAPÍTULO III**  
**MÉTODO DE DISEÑO ELÁSTICO**

3.1 Estado elástico no agrietado.....	65
3.2 Esfuerzo en la sección de la viga .....	67
Problemas resueltos .....	69

3.3	Estado elástico agrietado .....	79
3.4	Determinación del eje neutro .....	79
3.5	Momento de inercia.....	83
3.6	Determinación de los esfuerzos en el concreto y en el acero .....	84
	Problemas resueltos .....	87
	Referencias bibliográficas.....	94

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1</b> Valores de fluencia para diferentes tipos de acero.....	23
<b>Tabla 2</b> Valores de sobrecarga de tabiquería móvil.....	32
<b>Tabla 3</b> Pesos unitarios de diversos materiales .....	33
<b>Tabla 4</b> Pesos por metro cuadrado de aligerados .....	34
<b>Tabla 5</b> Combinaciones de carga según la norma E.060 .....	35
<b>Tabla 6</b> Combinaciones de carga según el ACI 318-25.....	36
<b>Tabla 7</b> Espesores de losa aligerada y macizas típicas .....	41
<b>Tabla 8</b> Luces de vigas.....	45
<b>Tabla 9</b> Valores de n y P en columnas.....	53
<b>Tabla 10</b> Peso por metro cuadrado de las edificaciones.....	56
<b>Tabla 11</b> Comparación entre formas de predimensionar.....	62
<b>Tabla 12</b> Esfuerzos del concreto y acero en el rango elástico .....	67

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b>	Diagrama esfuerzo deformación del concreto en compresión .....	15
<b>Figura 2</b>	Diagrama Esfuerzo deformación para diversas resistencias .....	16
<b>Figura 3</b>	Ensayo Brasileño y diagrama esfuerzo deformación .....	20
<b>Figura 4</b>	Diagrama esfuerzo deformación en el acero .....	21
<b>Figura 5</b>	Cargas de servicio en el diseño elástico .....	24
<b>Figura 6</b>	Esfuerzo y deformación lineal .....	25
<b>Figura 7</b>	Rango elástico y plástico .....	25
<b>Figura 8</b>	Cargas amplificadas .....	27
<b>Figura 9</b>	Corte típico de losa aligerada .....	39
<b>Figura 10</b>	Relación lado mayor y lado menor .....	40
<b>Figura 11</b>	Distribución típica de aceros .....	41
<b>Figura 12</b>	Momento resistente en vigas .....	43
<b>Figura 13</b>	Plano en planta .....	49
<b>Figura 14</b>	Vigas principales y secundarias .....	50
<b>Figura 15</b>	Áreas tributarias en predimensionamiento de columnas .....	54
<b>Figura 16</b>	Ejes entre columnas .....	57
<b>Figura 17</b>	Distribución de áreas tributarias .....	57
<b>Figura 18</b>	Dirección de losas .....	60

<b>Figura 19</b> Distribución de las áreas tributarias.....	60
<b>Figura 20</b> Esfuerzos en el estados elásticos y plásticos.....	63
<b>Figura 21</b> Estados elásticos y plástico .....	65
<b>Figura 22</b> Diagrama de esfuerzos y deformaciones .....	66
<b>Figura 23</b> Diagrama de esfuerzos y deformaciones .....	66
<b>Figura 24</b> Transformaciones de áreas .....	68
<b>Figura 25</b> Transformación de área de acero a concreto .....	79
<b>Figura 26</b> Diagrama de esfuerzo y deformación .....	81

## SINOPSIS

Concreto Armado (Predimensionamiento y Estados Elásticos), es un libro práctico y teórico que integra los fundamentos de los materiales, los métodos de diseño y los procedimientos aplicables al cálculo preliminar de elementos estructurales, conforme al Reglamento Nacional de Edificaciones y al Código ACI 318-25. El Capítulo I presenta una exposición clara sobre las propiedades del concreto y del acero, su comportamiento físico-mecánico mediante el análisis del diagrama esfuerzo-deformación, así como una revisión detallada de los métodos de diseño: elástico, de rotura y por capacidad. Esta base teórica permite comprender las hipótesis, limitaciones y requisitos normativos que orientan las decisiones de proyecto y verificación estructural.

El Capítulo II aborda el estudio de las cargas muertas y vivas y el predimensionamiento de los elementos más comunes (losas, vigas y columnas), incorporando ejercicios resueltos que facilitan la aplicación práctica de los conceptos y el desarrollo del criterio estructural.

Finalmente, el Capítulo III introduce el método de diseño elástico, diferenciando los estados elástico no agrietado y agrietado, y analizando las implicancias del agrietamiento en la rigidez, la redistribución de esfuerzos y los criterios de servicio. En conjunto, el libro ofrece aportes teóricos y prácticos orientados a estudiantes, docentes y profesionales que buscan herramientas eficientes para las fases conceptuales y de verificación estructural inicial. Una lectura esencial para la formación y el ejercicio responsable de la ingeniería estructural.

## PRÓLOGO

Este libro se propone brindar una base sólida para el análisis y la práctica del concreto armado, partiendo de lo más esencial: conocer en profundidad en qué consiste el concreto y el acero, y comprender su comportamiento físico-mecánico a través del análisis de esfuerzos y deformaciones. Para garantizar una aproximación coherente con la práctica profesional y normativa, el texto evalúa las cargas según el RNE E.20, E.060 y el código ACI 3018-25, y desarrolla procedimientos de predimensionamiento de vigas, columnas y losas. Asimismo, aborda los métodos de diseño con énfasis en los estados elásticos (no agrietado y agrietado), de modo que el lector alcance una comprensión técnica que sirva de cimiento antes de avanzar hacia métodos de diseño por rotura o por capacidad.

El objetivo principal es dar a conocer y dominar los conceptos básicos necesarios (cargas, predimensionamiento y comportamiento elástico), con la claridad y el rigor suficientes para que el lector los comprenda plenamente antes de abordar el diseño último. De forma concreta, la obra pretende: a) explicar el comportamiento del concreto y del acero mediante diagramas esfuerzo-deformación; b) sistematizar la evaluación de acciones conforme a RNE E.20 y E.060 así como del código ACI 3018-25; c) Dar a conocer fórmulas sencillas y procedimientos prácticos para el predimensionamiento y aplicación de cargas; y d) diferenciar y analizar los efectos del agrietamiento sobre la rigidez y el servicio estructural.

El libro aporta un conjunto de herramientas didácticas y prácticas: criterios normativos para la evaluación de cargas, rutinas de predimensionamiento con fórmulas simplificadas y una colección de ejercicios aplicados por tema. Está pensado para estudiantes que necesitan cimentar su comprensión antes del diseño último, para docentes que requieren material de apoyo estructurado, y

para profesionales que buscan métodos rápidos y verificables para estimaciones conceptuales y decisiones iniciales de proyecto.

Se sugiere abordar el texto en el orden propuesto para seguir la progresión conceptual (materiales, predimensionamiento, diseño en el rango elástico) y utilizar los ejercicios como apoyo para verificar supuestos y resultados. La intención es que, con esta base, el lector pueda transitar con seguridad hacia los métodos de diseño por rotura y por capacidad, aplicando criterios fundamentados y prácticos en su trabajo profesional o académico.

Russell Mejia Cayllahua

Ingeniero Civil

# CAPÍTULO I

## RESISTENCIA Y MÉTODOS DE DISEÑO

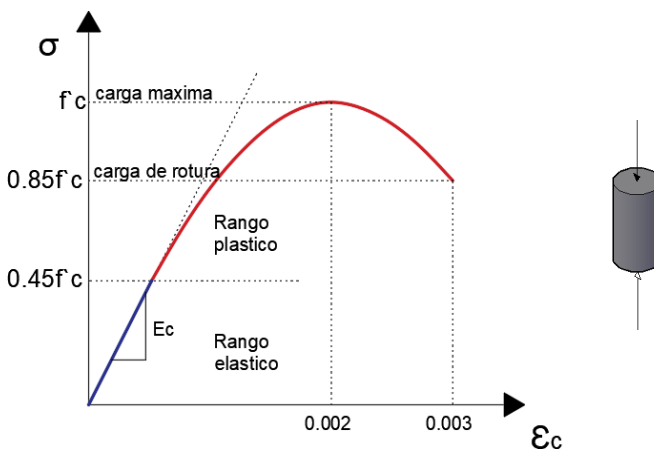
### 1.1 El concreto

#### 1.1.1 Resistencia a la compresión

Se evalúa mediante el ensayo de compresión simple en especímenes cilíndricos, conforme a lo establecido en la norma internacional ASTM C39 (ASTM, 2024) y la norma peruana NTP 339.034 (INACAL, 2021). Generalmente, las probetas utilizadas presentan dimensiones de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura. En la Figura 1 se aprecia el diagrama esfuerzo deformación ( $\sigma - \epsilon$ ).

**Figura 1**

*Diagrama esfuerzo deformación del concreto en compresión*



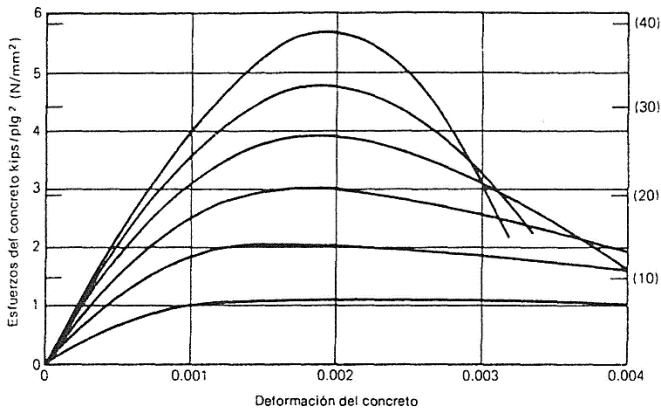
*Nota.* La deformación unitaria  $\epsilon = \Delta L/L_0$  es la variación de longitud al ser traccionado o comprimido entre la longitud inicial.

### Interpretación:

- $\epsilon_c$  es la deformación unitaria del concreto.
- $f'_c$  es la resistencia a la compresión del concreto es decir su máxima resistencia y en el diagrama la máxima carga aplicada equivale a esta.
- Hasta un esfuerzo aplicado equivalente a  $0.45f'_c$ , el concreto se deforma de manera elástica dentro de la ley de Hooke, este valor también puede variar entre  $\frac{1}{3} f'_c$  a  $\frac{1}{2} f'_c$ .
- Superado este esfuerzo  $0.45f'_c$ , el comportamiento es plástico, donde la máxima carga aplicada es cuando alcanza la máxima resistencia  $f'_c$ .
- Experimentalmente la deformación unitaria al aplicar la carga máxima (es decir equivalente al  $f'_c$ ) es de 0.002 y al llegar a la rotura su deformación unitaria es de 0.003.

### Figura 2

Diagrama Esfuerzo deformación para diversas resistencias



Nota. Tomado de Paulay y Priestley (1992).

### **Interpretación:**

→ En la Figura 2 se observa que, a medida que aumenta la resistencia del material, la rotura ocurre con una menor deformación unitaria; en cambio, cuando la resistencia es menor, la rotura se produce con una mayor deformación unitaria.

#### **1.1.2 Módulo de elasticidad del concreto ( $E_c$ )**

Experimentalmente se determinó que el peso específico para concretos simples es de  $2.3\text{tn/m}^3$ . A continuación se muestra los valores del módulo de elasticidad de acuerdo a cada normatividad:

→ Según la norma ACI 318-19 (de acuerdo al Ítem 19.2.2.1)

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \text{ (en Mpa) convertido a } \text{kg/cm}^2 \text{ es } 15000 \sqrt{f'_c}$$

→ Según la norma E.060 (de acuerdo al Ítem 8.5.2) Adopta la misma fórmula.

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \text{ (en Mpa) convertido a } \text{kg/cm}^2 \text{ es } 15000 \sqrt{f'_c}$$

#### **1.1.3 Ley de Hooke**

La ley de Hooke establece que la tensión generada en un material es directamente proporcional a su deformación, siempre y cuando esta se mantenga dentro del rango elástico. Esta relación se aplica en situaciones de tracción y compresión (Raj & Ramasamy, 2010).

#### **Importancia**

Esta proporcionalidad permite definir constantes elásticas como el módulo de Young, el módulo de cizalladura o el módulo volumétrico, que caracterizan el comportamiento de los materiales ante cargas pequeñas. Por ello, la ley de Hooke no solo posibilita el análisis de

elementos estructurales simples (resortes, vigas, muros) sino que también se extiende a formulaciones tensoriales para medios continuos en ingeniería civil y mecánica de sólidos (Cantor, 2020). La fórmula es la siguiente:

$$\sigma = \epsilon E$$

Donde  $\text{Tan}\alpha = m = E_c = \frac{\sigma}{\epsilon}$ , entonces  $E_c = \frac{f'_c}{\epsilon_c}$

Por lo tanto:

$$f'_c = E_c \cdot \epsilon_c$$

### **Interpretación de la fórmula**

Significa que el esfuerzo en el concreto depende directamente de cuánto se deforma ( $\epsilon_c$ ) y de qué tan rígido o resistente es el material ( $E_c$ ). Si el concreto es más rígido (tiene un módulo de elasticidad grande), una pequeña deformación producirá un esfuerzo elevado.

Si el concreto es menos rígido (menor  $E_c$ ), la misma deformación generará un esfuerzo menor. Mientras el concreto se mantenga en su comportamiento elástico o lineal, el esfuerzo y la deformación crecen proporcionalmente, es decir, el doble de deformación genera el doble de esfuerzo.

Para fines de diseño del presente texto se tomará el peso específico del concreto  $2400 \text{ Kg/m}^3$ .

#### **1.1.4 Resistencia a la Tracción del concreto**

De acuerdo a la norma peruana NTP 339.084-2022 (INACAL, 2022), este ensayo se realiza en especímenes cilíndricos mediante compresión diametral de una probeta cilíndrica el cual es el ensayo tipo "Brazilian

test" (Tracción indirecta), se aprecia en la Figura 3. En el ámbito internacional, ASTM C496 es el equivalente directo (evaluación de tracción indirecta en cilindros), mientras que ASTM C1583 (2020) se aplica a ensayos superficiales de tracción directa.

De acuerdo a la norma E.060, al Ítem 9.6.2.3, La resistencia a la tracción por flexión llamado también módulo de rotura es:

$$f_r = 0.62\sqrt{f'_c} \text{ (Mpa)}$$

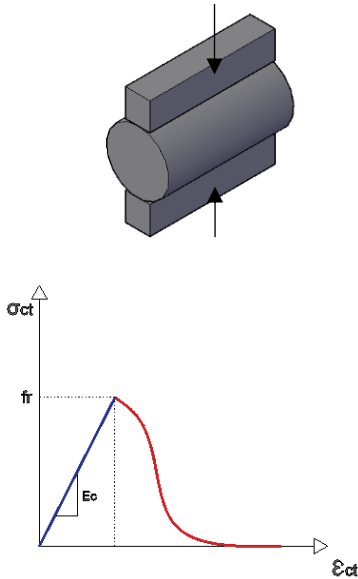
Transformado a unidades del SI sería:

$$f_r = 2\sqrt{f'_c} \text{ kg/cm}^2$$

Esta fórmula fue obtenida experimentalmente varía entre  $1.59\sqrt{f'_c}$  a  $2.2\sqrt{f'_c}$ . De forma práctica esta resistencia a tracción representa aproximadamente el 10% de la resistencia a compresión por lo que el concreto no trabaja a tracción.

### Figura 3

Ensayo Brasileño y diagrama esfuerzo deformación



*Nota.* En las ordenadas se encuentra el esfuerzo ( $\sigma$ ) y en las abscisas la deformación unitaria ( $\epsilon$ ).

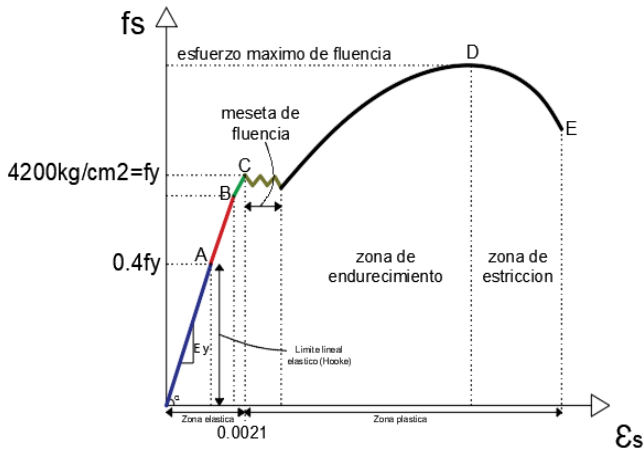
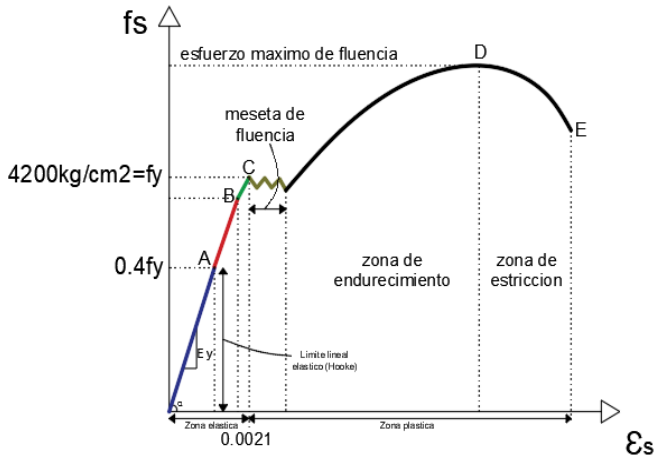
## 1.2 El acero

### 1.2.1. Resistencia a la tracción del acero

Los ensayos de tracción se efectúan en materiales metálicos, como el aluminio y el acero. Para llevarlos a cabo, se recurre a diversas normas, entre ellas DIN 53455, ISO/DP 527 y ASTM E8-61T, que establecen los procedimientos y condiciones necesarias para su correcta realización. El diagrama esfuerzo y deformación de este material, se puede apreciar en la Figura 4.

**Figura 4**

*Diagrama esfuerzo deformación en el acero*



*Nota.* Se muestra el esfuerzo en el hacer ( $f_s$ ) vs la deformación unitaria del mismo ( $\epsilon_s$ ). Donde A= Límite de elasticidad, B= Límite de proporcionalidad, C= Límite de fluencia, D= Esfuerzo último y E= Esfuerzo de rotura o fractura.

### Interpretación:

- $f_s$  es el esfuerzo del acero a tracción (cuando no lleva el signo del apóstrofe es tracción y si lleva el signo es compresión)
- El límite de fluencia divide la zona elástica de la plástica y el acero corrugado de construcción tiene una fluencia de  $4200 \text{ kg/cm}^2$ . Para esta fluencia experimentalmente la deformación unitaria alcanza el valor de 0.0021.

### Demostración:

$$\tan \alpha = m = E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$E_s = \frac{f_s}{\varepsilon_s}$$

$$\varepsilon_s = \frac{f_y}{E_s} = \frac{4200 \text{ Kg/cm}^2}{2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2} = 0.0021$$

$$\varepsilon_s = 0.0021$$

El material presenta un módulo de elasticidad  $E=2,0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ , un esfuerzo de fluencia de  $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$  y un peso específico  $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ . Estos parámetros caracterizan su comportamiento mecánico: el módulo de elasticidad cuantifica la rigidez y la relación esfuerzo-deformación en el régimen elástico; la fluencia indica el esfuerzo a partir del cual comienzan deformaciones plásticas permanentes; y el peso específico condiciona las cargas gravitacionales y el dimensionamiento estructural. Sin embargo, las fluencias varían dependiendo de su uso como se muestra en la Tabla 1.

**Tabla 1***Valores de fluencia para diferentes tipos de acero*

<b>Tipo de acero</b>	<b>Límite de fluencia aproximado</b>	<b>Aplicaciones principales</b>
Acero de refuerzo Grado 60 (ASTM A615)	4200 kg/cm <sup>2</sup>	Varillas corrugadas para concreto armado usada en construcción civil.
Acero A-36 estructural	2300 kg/cm <sup>2</sup>	Uso general en estructuras metálicas (perfiles, vigas, columnas).
Acero de alta resistencia (refuerzo)	5000–6000 kg/cm <sup>2</sup>	Varillas de refuerzo de alta resistencia en elementos estructurales exigentes.
Acero HY-80 (alta aleación naval)	5625 kg/cm <sup>2</sup> (80 ksi)	Aplicaciones navales de alta resistencia (casco de submarinos); soldable y resistente.
Acero HY-100	7031 kg/cm <sup>2</sup> (100 ksi)	Estructuras que requieren mayor límite elástico que HY-80.
Acero HY-130	9140 kg/cm <sup>2</sup> (130 ksi)	Muy alta resistencia, pero generalmente no soldable; uso especializado.

*Nota.* Obtenido de catálogos de Aceros Arequipa, SteelPro Group y Metal Zenith.

### 1.3 Métodos de diseño

En el diseño en concreto armado se puede analizar solo dentro del rango elástico, siendo este un método conservador, y otro considerando la resistencia última la cual considera más allá del rango elástico, siendo este otro método, pero es más confiable en el diseño. Hasta mediados del siglo se utilizó ampliamente el primero, y posterior el segundo y ha aumentado su difusión (Harmsen, 2002).

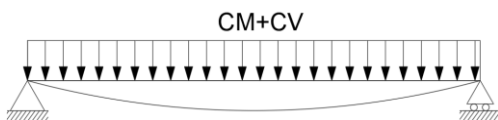
### 1.3.1. Método del diseño elástico

También llamado método de los esfuerzos permisibles o el método de las cargas de servicio.

- Se le llama carga de servicio cuando solo se considera la carga muerta y carga viva sin amplificar estas cargas (ver Figura 5).
- Este método es limitante, puesto que no predice el tipo de falla (dúctil o frágil del elemento estructural).
- Se le llama esfuerzos permisibles en el diseño cuando se le da un factor de seguridad al esfuerzo ultimo. Es decir no se diseña con el esfuerzo último, sino con el esfuerzo que este actúe en del rango elástico; para ello se le divide entre un factor de seguridad (ver Figura 6 y 7).

#### Figura 5

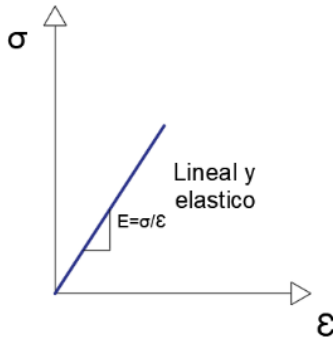
*Cargas de servicio en el diseño elástico*



*Nota.* Las cargas de servicio están constituidas por la carga muerta (CM) y la carga viva (CV), sin ningún tipo de amplificación.

### Figura 6

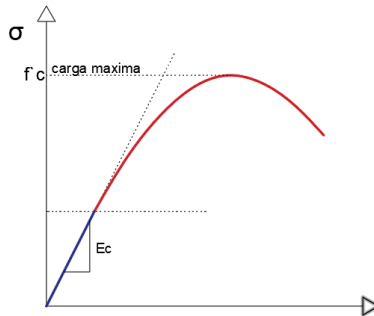
*Esfuerzo y deformación lineal*



*Nota.* El módulo de elasticidad es la relación entre el esfuerzo y la deformación unitaria.

### Figura 7

*Rango elástico y plástico*



#### 1.3.2. Método del diseño por rotura

También llamado método de diseño por resistencia.

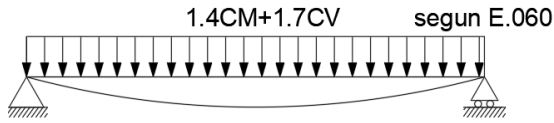
→ Se amplifica la carga muerta y carga viva para considerar una mayor situación de carga. Sus valores dependen que norma se usa (ACI-318 y/o E.060), como se puede apreciar en la Figura 8.

- Este método si predice el tipo de falla (dúctil o frágil del elemento estructura).
- Aquí se considera que la **resistencia nominal** (es la resistencia que ofrece el elemento estructural que depende de las propiedades del material y de sus dimensiones) debe de ser mayor a la **resistencia ultima** (generada por las cargas externas aplicadas al elemento estructural que generan momento flector, fuerza cortante, torsión y fuerza axial), pero para el diseño se debe dar una seguridad a la resistencia nominal (es decir la resistencia ultima no debe superar, igualar o estar al límite de la resistencia nominal); por lo que a la resistencia nominal se le multiplica por un factor de reducción, para disminuir su valor, este nuevo valor es la resistencia de diseño.

**Ejemplo:** si las cargas sometidas a una viga generan un momento máximo positivo de 100tn.m (resistencia ultima), la resistencia que deben ofrecer la viga que depende de su  $f'c$  y sus dimensiones (resistencia nominal) debe ser mayor e igual que este valor; suponiendo que la resistencia nominal también es 100tn.m, si bien está al límite, no se debe diseñar a este límite de riesgo, por lo que se le da un factor de seguridad de 0.9 en flexión, siendo su límite ya no 100tn.m sino 90tn.m, por lo que las cargas externas estarían superando a esta resistencia. La solución sería mejorar el  $f'c$  o dimensiones para aumentar esta resistencia nominal. Pero lo importante es entender que se le tiene que dar este factor de seguridad para no diseñar al límite es decir con riesgo.

## Figura 8

### Cargas amplificadas



Nota. En el método del diseño a la rotura las cargas son amplificadas, en la Figura se aprecia coeficientes establecidas por la norma E. 060.

La fórmula para este método es:

$$\Phi \cdot R_n \geq R_u$$

Donde:

- $\Phi$  = Factor de seguridad
- $R_n$  = Resistencia nominal
- $R_u$  = Resistencia última
- $\Phi \cdot R_n$  = Resistencia de diseño.

Según Nilson (1999), esta fórmula puede ser interpretado como:

$$\text{Resistencia de diseño} \geq \text{Resistencia requerida}$$

La expresión  $\Phi \cdot R_n$  representa la resistencia de diseño, es decir, la capacidad efectiva de la sección una vez incorporados los factores de seguridad que reducen la resistencia nominal. El término  $R_u$  corresponde a la resistencia requerida, o bien la carga última o efecto solicitante que la sección debe soportar.

### 1.3.3. Diseño por capacidad

El método de diseño por capacidad es una metodología de diseño sismorresistente que controla el comportamiento inelástico de estructuras de concreto armado, donde se garantiza que la energía sísmica se disipe de manera controlada y predecible. A diferencia del diseño elástico y el diseño por resistencia de rotura tradicionales, este método se fundamenta en principios de ductilidad y mecanismos de colapso bien definidos.

#### **Conceptos Fundamentales:**

##### → **Rótulas Plásticas**

Una rótula plástica es una sección de un elemento estructural donde se alcanza el estado plástico, permitiendo rotaciones indefinidas sin incremento adicional de momento resistente. Se diferencia de una articulación constructiva porque sí toma momentos flectores, permitiendo su plastificación controlada (Macedo, 2020).

##### → **Ductilidad**

La ductilidad es la capacidad de la estructura para deformarse significativamente en el rango inelástico sin perder su resistencia. El diseño por capacidad busca potenciar esta cualidad mediante un detallado y refuerzo adecuado en las zonas críticas, especialmente mediante menores espaciamientos de armadura transversal (estribos) en zonas de rótulas plásticas (Burgos & Piqué, 2007).

## → **Sobrerresistencia**

La sobrerresistencia aparece por varias razones: en primer lugar, el acero normalmente tiene una resistencia real mayor que la indicada en el plano (por ejemplo, un 15 % a 20 % más). Además, cuando el acero ya ha fluido y continúa deformándose, la sección puede alcanzar una mayor capacidad de resistencia de lo que originalmente se calculó. Por ello, en los códigos se adopta un factor de sobrerresistencia (comúnmente alrededor de 1,25 o más) para reflejar que la “resistencia nominal” no representa el límite real hasta que el acero ha fluido y efectuado endurecimiento por deformación.

### **Procedimiento metodológico del diseño por capacidad:**

Basto & Torres (2010), desarrollaron los siguientes procedimientos:

#### **1. Definición del mecanismo de colapso**

Se determina de manera racional el lugar donde se formarán las rótulas plásticas, donde se busca un comportamiento dúctil controlado bajo el principio de columna fuerte - viga débil.

#### **2. Determinación de las acciones de diseño**

Se realiza un análisis elástico lineal conforme a la Norma E.030 para obtener los momentos y fuerzas que servirán como base en el diseño de los elementos estructurales.

#### **3. Evaluación de las capacidades plásticas de las vigas**

Se calculan los momentos nominales reales en los extremos de las vigas, considerando la armadura existente. Posteriormente, se aplica el factor de sobrerresistencia (generalmente entre 1.25 y 1.40) para estimar la máxima capacidad probable.

4. **Cálculo del cortante de capacidad y diseño de refuerzo transversal**

Con los momentos plásticos incrementados, se determina el cortante máximo que podría generarse en la viga. Luego, se diseña la armadura transversal necesaria para garantizar que la falla ocurra por flexión antes que por corte.

5. **Transmisión de acciones y verificación del criterio columna fuerte - viga débil**

Los momentos aumentados se transfieren a las columnas, verificándose que la suma de los momentos resistentes de las columnas sea, al menos, 1.25 veces la de las vigas, donde se asegura así un mecanismo de falla adecuado.

6. **Detallado y confinamiento de zonas críticas**

En las regiones donde se prevé la formación de rótulas plásticas, se reduce el espaciamiento de estribos, se asegura el confinamiento del concreto y se detallan correctamente los anclajes y empalmes de las barras longitudinales. Finalmente, se verifica la ductilidad y resistencia global de la estructura.

# CAPÍTULO II

## CARGAS Y PREDIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

### 2.1 Cargas

Para el diseño estructural, las cargas que soporta una infraestructura están establecidas en el reglamento nacional de edificaciones **E.020** (Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento, 2006), en la cual establece dos tipos de carga:

#### **Carga Muerta**

Corresponde al peso propio de la edificación y al de los materiales, equipos, instalaciones, tabiques y demás elementos que ésta sostiene, los cuales se consideran **permanentes** o presentan solo ligeras variaciones en el tiempo. También son llamadas **cargas fijas**.

#### **Carga Viva**

Se refiere al peso de las personas, mobiliario, equipos, materiales y demás elementos **móviles** que la edificación debe soportar. En este caso la tabiquería móvil es considerada carga viva. La carga viva para el diseño también se le llama **sobrecarga** y se representa con **S/C**.

#### **Tabiquería Móvil**

Son muros de separación que son instalados y pueden ser movidos (drywall modular desmontable, paneles plegables acústicos, mamparas corredizas de vidrio/aluminio, paneles modulares de oficina o biombos

portátiles). Los valores de sobrecarga varían de acuerdo a su altura, como se puede apreciar en la Tabla 2.

**Tabla 2**

*Valores de sobrecarga de tabiquería móvil*

<b>Tipo de tabiquería móvil</b>	<b>Carga viva mínima repartida</b>
<b>Media altura (liviana)</b>	0.50 kPa (50 kgf/m <sup>2</sup> )
<b>Altura completa</b>	1.0 kPa (100 kgf/m <sup>2</sup> )

*Nota.* Obtenida del Reglamento Nacional de Edificaciones RNE- E.020

### **Ejemplo**

Se diseña una sala que está dividido por tabiques móviles que tienen una altura completa y una superficie del área de 20 m<sup>2</sup>.

### **Solución:**

La carga viva equivalente resulta 2000 kgf (puesto que, 100 kgf/m<sup>2</sup> × 20 m<sup>2</sup> = 2000 kgf). Esta carga es la carga total en esa área de la tabiquería móvil.

### **Carga viva del piso**

El artículo 6 de la Norma Técnica de Edificación E.020 del Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE) establece los valores mínimos de carga viva por metro cuadrado para pisos, según el tipo de edificación y uso del espacio. Con base en esos valores, se procede a calcular la resistencia última de los elementos estructurales, es decir, los esfuerzos de momento, corte y carga axial que dichas cargas generan.

### Peso específico unitario

El peso específico unitario se consideran desacuerdo a lo establecido en la norma E.020 del RNE, tal y como se muestra en la Tabla 3.

**Tabla 3**

*Pesos unitarios de diversos materiales*

Categoría	Material / Tipo	Peso (kN/m <sup>3</sup> )	Peso (kg/m <sup>3</sup> )
Albañilería	Adobe	10	1600
	Unidades cocidas sólidas	18	1800
	Unidades cocidas huecas	13.5	1350
Concreto simple	Cascote de ladrillo	18	1800
	Grava	23	2300
	Pómez	16	1600
Concreto armado	(añadir al peso del concreto simple)	1	100

*Nota.* Adaptado del RNE E.020.

Para estimar el peso específico del concreto armado se añade 100 kg/m<sup>3</sup> al valor del concreto simple (2300 kg/m<sup>3</sup>), resultando un valor de 2400 kg/m<sup>3</sup>. Este valor se utiliza para calcular el peso propio de los elementos que combinan acero y concreto (Por ejemplo, columnas, vigas, viguetas, losas macizas, etc.).

### Peso unitario de losas aligeradas en una dirección

La norma brinda pesos por metro cuadrado para este tipo de losas, para las condiciones donde la vigueta tiene 0.10 m de ancho y el ancho entre ejes es de 0.40 m. En la Tabla 4 se aprecian estos valores.

**Tabla 4**

*Pesos por metro cuadrado de aligerados*

Espesor del aligerado (m)	Espesor de losa superior (m)	Espesor del ladrillo de techo (m)	Peso propio (kgf/m <sup>2</sup> )
0.17	0.05	0.12	280
0.2	0.05	0.15	300
0.25	0.05	0.2	350
0.3	0.05	0.25	420

*Nota.* Adaptado de la norma E.020.

### 2.1.1 Combinaciones de carga

Se presentan combinaciones de carga de acuerdo a la reglamentación del Perú y el código del ACI.

#### **Combinaciones de carga de acuerdo a la norma E.060**

La norma E.060, establece las combinaciones de carga para el diseño estructural de concreto armado, Estas combinaciones aseguran que las estructuras de concreto armado resistan adecuadamente las diferentes condiciones de carga durante su vida útil, cumpliendo con los requisitos de resistencia y ductilidad. También se toman en cuenta combinaciones para análisis sísmico y condiciones de servicio. En la Tabla 5 se presenta las combinaciones.

**Tabla 5***Combinaciones de carga según la norma E.060*

Caso de carga	Ecuación de la resistencia requerida (U)	Notas
Cargas muertas + vivas	$U=1.4 CM+1.7 CV$	Caso básico
Con viento	$U=1.25(CM+CV)+C_{vi}$	No combinar con sismo
	$U=0.9 CM\pm 1.25 C_{vi}$	
Con sismo	$U=1.25(CM+CV)\pm CS$	No combinar con viento
	$U=0.9 CM\pm CS$	
Con empuje de suelos (CE)	$U=1.4 CM+1.7 CV+1.7 CE$	La segunda ecuación se usa si CM o CV reducen el empuje
	$U=0.9 CM+1.7 CE$	
Con líquidos (CL)	$U=1.4 CM+1.7 CV+1.4 CL$	Líquidos con densidad y altura controladas
Con cargas de impacto	Se incluyen en CV	caso general
Con nieve o granizo	Se incluyen en CV	caso general
Con efectos de temperatura, asentamientos o retracción (CT)	$U=1.05 CM+1.25 CV+1.05 CT$	Basarse en estimaciones realistas
	$U=1.4 CM+1.4 CT$	
Postensado (anclaje de tendones)	$U=1.2 F_{(gato)}$	Factor aplicado a la fuerza máxima del gato

*Nota.* Donde CM = Carga muerta, CV = Carga viva, CVi = Carga de viento, CS = Carga sísmica, CE = Empuje lateral de suelos, CL = Carga de líquidos, CT = Efectos de temperatura, retracción, asentamientos, F<sub>(gato)</sub> = Fuerza aplicada por el gato en postensado. Adaptado de la norma la norma E.060.

## Combinaciones de carga de acuerdo al código ACI 318-25

La norma ACI 318-25, publicada en marzo de 2025, establece las combinaciones de carga para el diseño de estructuras de concreto, basadas en factores de carga y combinación que aseguran resistencia y servicio. Estas combinaciones son similares a las presentadas en ASCE 7-16, que la norma referencia para la combinación de cargas sísmicas y otras. Además, se aplican factores de reducción de resistencia para diferentes estados de diseño. En la Tabla 6 se presenta las combinaciones.

**Tabla 6**

*Combinaciones de carga según el ACI 318-25*

Combinación de carga	Ecuación	Carga primaria
Básica (sólo peso propio)	$U = 1.4 D$	D (Dead load)
Peso propio + sobrecarga + opcional lluvia/nieve/techo	$U = 1.2 D + 1.6 L + (0.5 L_r \text{ o } 0.3 S \text{ o } 0.5 R)$	L (Live load)
Peso propio + carga de techo/nieve/lluvia + vivo o viento	$U = 1.2 D + (1.6 L_r \text{ o } 1.0 S \text{ o } 1.6 R) + (1.0 L \text{ o } 0.5 W)$	$L_r \text{ o } S \text{ o } R$
Peso propio + viento + vivo + opcional techo/nieve/lluvia	$U = 1.2 D + 1.0 W + 1.0 L + (0.5 L_r \text{ o } 0.3 S \text{ o } 0.5 R)$	En (Environmental o carga ambiental, por ejemplo el viento)
Peso propio + terremoto + vivo + nieve	$U = 1.2 D + 1.0 E + 1.0 L + 0.15 S$	Y (Earthquake - sísmica)
Reducción de peso propio con viento	$U = 0.9 D + 1.0 W$	En
Reducción de peso propio con sismo	$U = 0.9 D + 1.0 E$	Y

*Nota.* Donde D= (Dead load ) Carga muerta o peso propio permanente de la estructura (concreto, muros, acabados, etc.), L= (Live load) Carga viva general (personas, muebles, equipos móviles),  $L_r$ = (Roof live load) Sobrecarga en techos (uso como mantenimiento, presencia temporaria de personas), S= (Snow load) Carga

debido a acumulación de nieve, R= (Rain load) Carga debida al agua de lluvia acumulada, W= (Wind load) Carga debida al viento (presión o succión del viento), E= (Earthquake load) Carga sísmica (fuerzas inducidas por terremotos), En= (Environmental) Cargas ambientales, como viento; en contexto de la Tabla representa cargas de tipo ambiental, Y= (Seismic) Cargas sísmicas, en la Tabla lo representa como escenario sísmico. Adaptado del código ACI 318-25.

En el Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE), la determinación de las cargas se rige por la Norma Técnica E.020 "Cargas". Por su parte, el código ACI 318-25 establece el uso de la norma ASCE/SEI 37 (ASCE, 2014) para la definición de cargas de diseño. Sin embargo, para el desarrollo de los ejercicios presentados en este texto, se emplean los valores de carga especificados por el RNE.

### **¿Por qué se hacen combinaciones de cargas en el diseño de concreto?**

- Las cargas (peso propio, sobrecarga, viento, sismo, nieve, líquidos, impacto, etc.) ocurren con distintas probabilidades y no siempre simultáneamente; las combinaciones codifican escenarios posibles y severos para asegurar que la estructura resista si varias acciones actúan a la vez.
- Las magnitudes reales de las cargas y la resistencia del material no son exactas. Las combinaciones usan factores de carga mayores que 1 para aumentar las acciones y, en paralelo, se aplica un factor de resistencia  $\phi$  para reducir la capacidad nominal. Esto compensa incertidumbres y garantiza un margen de seguridad con razonamiento probabilístico.
- Para cubrir distintos estados límite que se explican a continuación:

### **Estado límite último (ULS/ resistencia)**

Busca evitar falla estructural. Se usan factores que amplifican cargas (por ejemplo  $U=1.4D+1.7L$ ).

### **Estado límite de servicio (SLS)**

Controla deformaciones, vibraciones, fisuración; aquí se usan combinaciones sin factores elevados (por ejemplo D+L o variantes con factores menores).

## **2.2 Predimensionamiento**

### **2.2.1 Predimensionamiento de losas**

Soporta cargas muertas y vivas, incluyendo su propio peso y transmite estas cargas a las vigas. Además, actúa como un diafragma rígido horizontal, contribuyendo a la estabilidad frente a temblores o cargas laterales.

Distribuye las fuerzas sísmicas en proporción a la rigidez lateral de las columnas, donde se envía mayor carga a los elementos más rígidos del sistema estructural.

### **2.2.2 Tipos de losas**

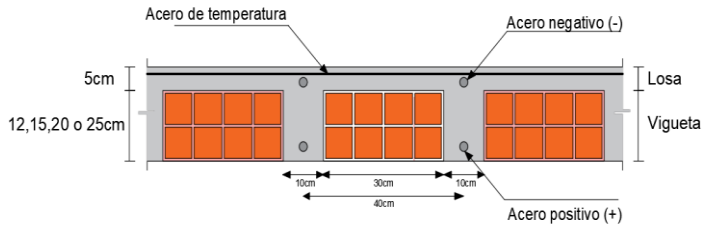
#### **a) Losas Aligeradas**

##### **En una dirección**

Este tipo de losas resulta económico hasta luces de **7m**, mayor a esta es preferible el uso de losas nervadas (Blanco, 1990). En el Perú, se suele usar ladrillos de 30x30: por lo que, la sección típica se puede apreciar en la Figura 9.

## Figura 9

Corte típico de losa aligerada



$$S/C \leq 350 \text{ kg/m}^2 \rightarrow h \geq \frac{L_n}{25}$$

$$S/C > 350 \text{ kg/m}^2 \rightarrow h \geq \frac{L_n}{21}$$

### En dos direcciones

Este tipo de losas son elegidas como opción, cuando las dimensiones de sus paños tiendan a ser cuadradas y de luces comprendidas entre 6 a 8 m (Blanco, 1990).

$$h \geq \frac{L_n}{40}$$

Criterio de blanco (1990):

h= 25cm (luces entre 6.5m a 7.5m)

h= 30cm (luces entre 7.0m a 8.5m)

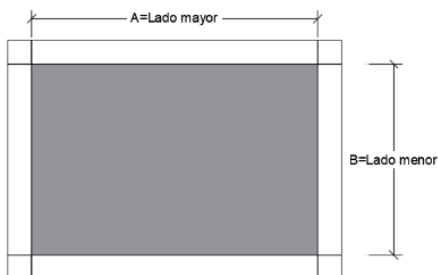
### b) Losas Macizas

En este tipo de paño su espesor se considera 5cm menor al predimensionamiento de una losa aligerada. El espesor mínimo debe ser 12.5cm.

Para saber si una losa debe ir en una o dos direcciones se aplica el criterio mostrado en la Figura 10:

### Figura 10

*Relación lado mayor y lado menor*



*Nota.* Cuando la relación es  $\frac{A}{B} > 2$ , la losa se preferentemente en una dirección, si es al contrario  $\frac{A}{B} < 2$ , la losa se diseña preferentemente en dos direcciones.

Así mismo Ottazzi (2015), una losa armada en dos direcciones es considerado cuando la relación entre el claro largo y el claro corto se encuentra entre uno y dos.

En caso de la losa maciza se puede calcular empíricamente del siguiente modo:

$$h(\text{maciza}) = h(\text{aligerado}) - 5 \text{ cm}$$

En la Tabla 7 se aprecia los espesores típicos empleando este criterio y usos en la práctica.

**Tabla 7**

*Espesores de losa aligerada y macizas típicas*

Losa aligerada	Losa maciza	Descripción
h=17cm	h=12cm	(para luces menores o iguales a 4m)
h=20cm	h=15cm	(para luces menores o iguales a 5.5m)
h=25cm	h=20cm	(para luces menores o iguales a 6.5m)
h=30cm	h=25cm	(para luces menores o iguales a 7.5m)

*Nota.* Criterio tomado de Blanco (1990)

Otra forma de predimensionar losas macizas armadas en dos direcciones es:

$$h = \frac{\text{Perímetro del paño}}{180}$$

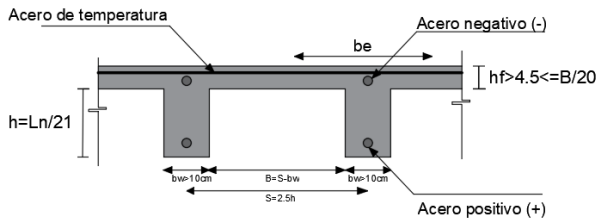
**c) Losa nervada**

Se opta generalmente para luces que son mayores a 6m.

Tiene viguetas o nervios unidas por una losa maciza superior delgada. Para predimensionar se utiliza las proporciones que se muestran en la Figura 11.

**Figura 11**

*Distribución típica de aceros*



### **2.2.3 Predimensionamiento de vigas**

#### **Viga Peralta**

Es también denotada como la viga principal (VP), y su peralte es mayor al espesor del techo. Estas vigas pueden ser también invertidas. La viga peraltada se deforma menos ante las cargas que una viga chata.

Puede absorber momentos y cortantes con menor cantidad de acero (o mejor distribución del refuerzo) en comparación con una viga de menor peralte para la misma luz.

#### **Viga Chata**

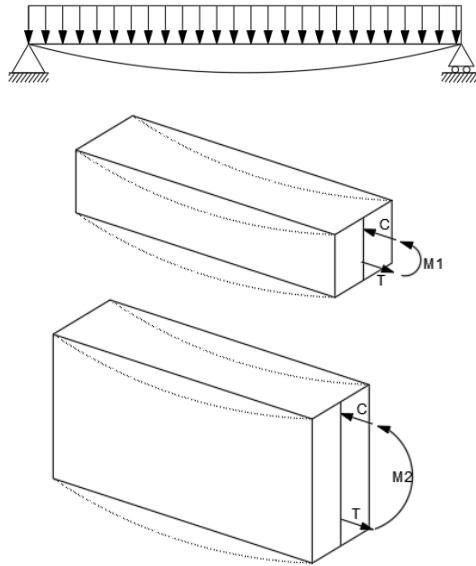
la viga chata, conocida también como viga secundaria (VS), tiene un peralte igual al espesor de la losa, es decir, no sobresale visualmente y se integra en el plano de la losa. Generalmente, las vigas chatas tienen menor rigidez y resistencia, sirviendo más para distribuir cargas menores y cumplir funciones de amarre o confinamiento estructural. Se recomienda el uso de la viga chata cuando se prioriza el acabado, una menor altura de entrepiso, instalaciones ocultas, y donde las solicitaciones lo permitan.

#### **Capacidad Resistente de vigas**

Entre mayor peralte mayor capacidad resistente tiene la viga. El momento resistente de una viga depende de la distancia entre la compresión y tracción de los esfuerzos que se producen en una viga, esta debe ser mayor que el momento actuante que es producido por las cargas. La flexión produce esfuerzos internos de compresión (C) y tracción (T).

## Figura 12

*Momento resistente en vigas*



*Nota.* De acuerdo al grafico se cumple que  $M2 > M1$ ; lo que explica que entre más peralte mayor momento resistente.

Como se muestra en la Figura 12, el peralte influye significativamente en la resistencia de una viga, no solo por la dirección de la deformación, sino también por el aumento de su momento de inercia. Al evaluar  $bh^3/12$  para una misma base  $b$ , se observa que incrementar el peralte  $h$  produce un aumento notable de la inercia, mientras que aumentar la base tiene un efecto mucho menor en la resistencia estructural.

Entonces como resumen, la viga peraltada es la que recibe las cargas que son transmitidas por las losas.

## 2.2.4 Ancho tributario en vigas

El ancho tributario de una viga es la distancia lateral efectiva de losa (o elemento estructural horizontal) que dicha viga sustenta: es decir, la franja de losa cuya carga se transfiere a la viga. Para vigas paralelas en un forjado típico, suele considerarse como la mitad de la luz del claro adyacente a cada lado de la viga. Este ancho se utiliza para calcular la carga lineal actuante sobre la viga mediante la fórmula:

$$w = q \times b_t$$

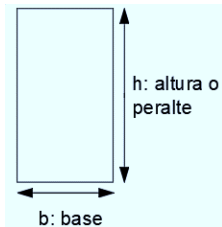
donde  $q$  es la carga unitaria de la losa ( $\text{Kgf}/\text{m}^2$ ) y  $b_t$  el ancho tributario (m).

### a) Predimensionamiento de vigas principales

Para el predimensionamiento de vigas principales se cuenta con dos criterios:

#### Criterio 01

Se aplica un porcentaje de la luz, la cual se detalla a continuación:



**Peralte:** 1/10 a 1/12 de la luz libre

**Base:**  $h/2$  a  $2h/3$  de la altura de la viga

El ancho de vigas que formen pórticos debe ser como mínimo 25cm (Norma E.060). Así mismo, también se establece ya dimensiones de la sección de la viga, dependiendo de su luz, como se aprecia en la Tabla 8.

**Tabla 8**

*Luces de vigas*

Luz Libre	Dimensiones (cm)
$L \leq 5.5$ mts.	25x50, 30x50
$L \leq 6.5$ mts.	25x60, 30x60, 40x60
$L \leq 7.5$ mts.	25x70, 30x70, 40x70, 50x70
$L \leq 8.5$ mts.	30x75, 40x75, 30x80, 40x80
$L \leq 9.5$ mts.	30x85, 30x90, 40x85, 40x90

*Nota.* Tomado de Antonio Blanco (1990).

### **Criterio 02**

En este criterio se base en el uso de fórmulas que dependen de la luz y de las cargas sobre el elemento.

#### **Peralte de la viga**

Para la determinación del peralte de la viga se calculará mediante la siguiente fórmula:

$$h = \frac{L_n}{\left(\frac{4}{\sqrt{w_u}}\right)}$$

Donde:

- $h$  = altura de la viga o peralte
- $w_u$  = carga por unidad de área
- $L_n$  = Luz libre

### **Base de la viga**

Al igual que en el primer criterio la base se calculará en función al peralte obtenido; es decir, su valor será de  $h/2$  a  $2h/3$  de la altura de la viga, y de igual manera su ancho mínimo será 25cm.

### **b) Predimensionamiento de vigas secundarias**

#### **Peralte**

Para determinar la altura o peralte de la viga secundaria se usará la siguiente relación:

$$h = \frac{L_n}{13} \text{ a } \frac{L_n}{15}$$

Donde  $L_n$  representa la luz libre de la viga (distancia entre apoyos medida en metros). Usualmente se suele usar el factor de  $1/14$  y es más restrictivo que en el de las vigas principales (que generalmente usan  $1/10$  a  $1/12$ ), debido a que las vigas secundarias soportan menores cargas y requieren un control más conservador de las deformaciones.

#### **Base**

Para el predimensionamiento de su base se suele usar  $h/2$  a  $2h/3$  de la altura de la viga.

Adicionalmente, la NTP E.060 establece un ancho mínimo de 25cm.

### **c) Transformación de dimensiones de vigas**

Se entiende por transformación de dimensiones de vigas al proceso mediante el cual una viga de baja altura (viga chata) se modifica para adquirir un mayor peralte, o en sentido inverso para reducir dicho

peralte, con el fin de optimizar su desempeño estructural y adaptarla a las condiciones específicas del proyecto. Para ello, se suele usar los siguientes criterios:

**Criterio de cuantías:** Si se desea conservar la misma capacidad a flexión ( $\phi M_n$ ) de una sección rectangular de hormigón armado, manteniendo la cuantía de acero y materiales equivalentes, se puede emplear la siguiente relación aproximada:

$$b \times h^2 = b_0 \times h_0^2$$

La fórmula significa que el producto del ancho (b) por el cuadrado de la altura (h) de la nueva viga debe ser igual al producto del ancho original (b<sub>0</sub>) por el cuadrado de la altura original (h<sub>0</sub>). Esto busca que la capacidad resistente a la flexión se mantenga igual en ambas vigas.

Ejemplo: si la viga original tiene un ancho de b<sub>0</sub>=25 cm y altura h<sub>0</sub>=40 cm, y se quiere transformar en una viga chata con altura h=25cm, para hallar el nuevo ancho b se calcula:

$$b \times 25^2 = 25 \times 40^2$$
$$b = \frac{25 \times 40^2}{25^2} = 64 \text{ cm}$$

Esto indica que, para mantener la capacidad a flexión con la misma cuantía y materiales, la viga chata debe ser mucho más ancha.

**Criterio de rigideces:** Si se pretende mantener las mismas deformaciones de servicio; es decir, conservar la rigidez global de la viga, resulta necesario que la nueva sección tenga una rigidez equivalente. En términos simplificados, al mantener el mismo

módulo de elasticidad E (material equivalente), la rigidez flexional está relacionada con el momento de inercia I, que para una sección rectangular es proporcional a  $b \cdot h^3$  (ancho por el cubo del peralte). Por tanto, para que la rigidez de la nueva sección sea equivalente a la original, puede plantearse la siguiente relación:

$$b \times h^3 = b_0 \times h_0^3$$

La fórmula indica que el producto del ancho (b) por el cubo de la altura (h) debe ser igual al producto del ancho original (b<sub>0</sub>) por el cubo de la altura original (h<sub>0</sub>). Esto se utiliza para conservar la rigidez y controlar deformaciones bajo cargas de servicio.

Ejemplo: Para el caso anterior se calculará el nuevo peralte.

$$b \times 25^3 = 25 \times 40^3$$
$$b = \frac{25 \times 40^3}{25^3} = 102.4 \text{ cm}$$

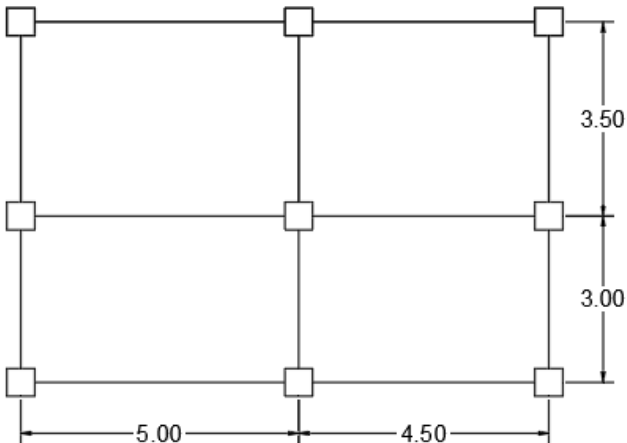
El ancho requerido es más alto, 102.4 cm, pero en ciertas aplicaciones como vigas principales con apoyo adecuado podría considerarse.

## Ejercicio de aplicación

**EJERCICIO 1:** La siguiente edificación es planteada para una oficina (ver Figura 13), tiene losas aligeradas en una dirección, predimensionar las vigas principales, para ello considere el espesor de losa aligerada  $e=0.20\text{m}$ , peso de acabados  $100\text{kg}/\text{m}^2$  y tabiquería móvil de mediana altura.

**Figura 13**

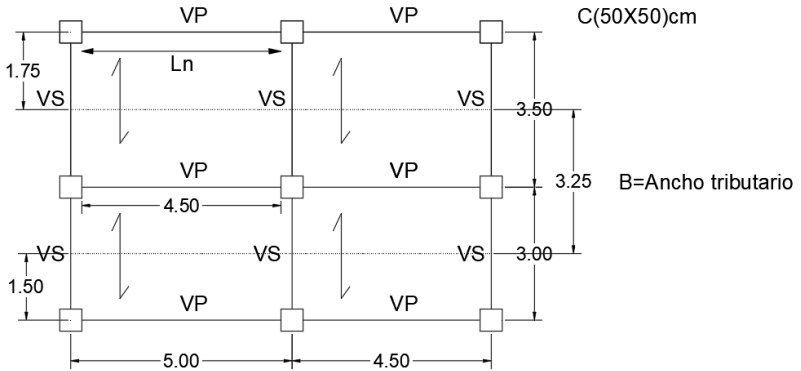
*Plano en planta*



**Solución:** la dirección de las viguetas es en la menor longitud del paño, por lo que, las vigas principales son de mayor luz porque reciben las cargas y las secundarias de menor luz o las que no recibe las cargas. Para predimensionar se elige el de mayor luz por cada eje y se uniformiza, como se esquematiza en la Figura 14.

**Figura 14**

*Vigas principales y secundarias*



### **Predimensionamiento de VP**

La luz libre considerado es  $L_n = 4.50\text{m}$

#### **Criterio 01**

**Carga viva:**  $S/C = 250\text{ kg/m}^2$  (E.020 - oficinas)  $CV = 250\text{ kg/m}^2$

**Carga muerta:** (sin peso propio de viga - no se cuenta con dimensiones)

Peso aligerado =  $300\text{ kg/m}^2$  (E. 020)

Peso acabado =  $100\text{ kg/m}^2$

Peso Tab. Móvil =  $50\text{ kg/m}^2$

$CM = 300 + 100 + 50 = 450\text{ kg/m}^2$

$W_u = 1.4CM + 1.7CV = 1.4(450) + 1.7(250)$

$W_u = 1055\text{ kg/m}^2 = 0.1055\text{ kg/cm}^2$

$$h = \frac{L_n}{\left(\frac{4}{\sqrt{0.1055}}\right)} = \frac{L_n}{12.32} = \frac{4.50}{12.32} = 0.37 \text{ m} \cong 0.40 \text{ m}$$

$$b = (0.5)(0.40) = 0.20 \quad \text{min } b = 0.25\text{m} \quad \therefore \text{VP (25x40)cm}$$

De acuerdo a la norma E.060, la base mínima es de 25 cm; por lo que, las dimensiones finales de la viga quedarían definida con esa base mínima y peralte de 40 cm.

## **Criterio 02**

### **Peralte**

$$\frac{L_n}{10} = \frac{4.50}{10} \text{ a } \frac{L_n}{12} = \frac{4.50}{12} = (45 \text{ a } 38 \text{ cm})$$

Por lo tanto elegiremos un valor promedio  $h=40$  cm

### **Base**

$$h/2 \text{ a } 2h/3 \text{ (20 a 26.67 cm)}$$

Por lo tanto se usará  $b=25$  cm (Por ser el mínimo).

Así mismo, se puede usar directamente los valores propuestos por Blanco (1990):

Para  $L \leq 5.5$  mts. Se usará dimensiones de 25x50 ó 30x50.

De acuerdo a los resultados se puede optar por cualquiera de estas dimensiones, donde la base de 25 o 30 cm podría usarse dependiendo de la configuración estructural como el ancho de las columnas. Así mismo, se puede observar que las dimensiones con este criterio son más conservadores que con el primer criterio.

### 2.2.5 Predimensionamiento de columnas

Son elementos estructurales que están sometidas a flexión y a compresión simultáneamente (flexocompresión). Por lo que, entre mayor altura o menor sección, mayor son las deformaciones por el efecto de esbeltez.

- En sistemas aporticados no se recomienda espesores menores a 25cm por el efecto de esbeltez.
- La dirección de peraltar la columna debe ser en la dirección que aporte rigidez en el sentido que la requiera (es decir se toma más en cuenta los momentos por efectos del sismo que los momentos producidos por gravedad).

#### **Fórmula de ensayo japonés:**

Este ensayo establece una fórmula para la determinación de las dimensiones preliminares de las columnas, la cual se presenta a continuación:

$$n = \frac{P}{f'_c \cdot b \cdot D}$$

$n > 1/3$  (se produce falla frágil por aplastamiento)

$n < 1/3$  (Falla dúctil)

Donde:

- **D**= medida de la sección de la columna en el sentido considerado para el análisis sísmico.
- **b**= dimensión perpendicular de la sección de la columna.
- **P**= carga sísmica (carga de servicio o gravedad PG por un factor)

- $n$ = coeficiente determinado según el tipo de columna (adimensional), cuyos valores son mostrados en la Tabla 9 y el área tributaria en la Figura 15.
- $f'c$ = Resistencia de compresión del concreto.

**Tabla 9**

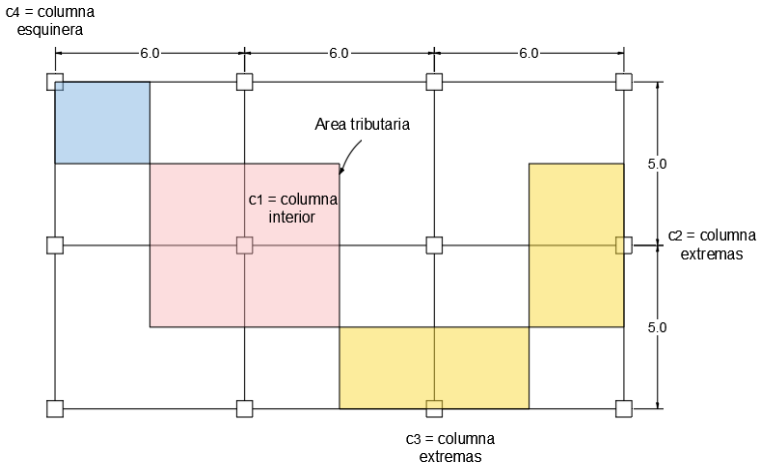
*Valores de  $n$  y  $P$  en columnas*

Tipo de columna	Ubicación / Descripción	P	n
Tipo C1 (para los primeros pisos - todos los pisos menos los últimos 4)	Columna interior	P = 1.10 PG	n = 0.30
Tipo C1 (para los 4 últimos pisos)	Columna interior	P = 1.10 PG	n = 0.25
Tipo C2, C3	Columnas extremas de pórticos interiores	P = 1.25 PG	n = 0.25
Tipo C4	Columna de esquina	P = 1.50 PG	n = 0.20

*Nota.* Tomado de Morales (2006).

**Figura 15**

*Áreas tributarias en predimensionamiento de columnas*



Así mismo la carga  $P$  de la anterior fórmula resulta de la multiplicación de la carga de la gravedad  $PG$  por un factor:

$$P = \text{factor} \times PG$$

- Donde el **PG** representa la carga gravitacional total que la columna debe soportar. Esa carga incluye típicamente la suma de la carga muerta (peso propio de los elementos estructurales, los acabados, etc) y de la carga viva (ocupación, mobiliario, etc). En otras palabras, es la acción que genera esfuerzo en la columna en función del peso que se transfiere hacia ella.
- Así mismo el “**factor**” es un coeficiente de mayoración que se aplica a la carga  $PG$  para incorporar un margen de seguridad y/o considerar otros efectos indirectos (por ejemplo, cargas adicionales, uso de seguridad, efectos de carga concentrada, sobrecargas imprevistas).

Por lo tanto, la fórmula quedaría de la siguiente manera:

$$b \cdot D = \frac{\text{factor} \times PG}{n \cdot f'_c}$$

Donde b y D, representan las dimensiones de la columna.

Para hallar la carga gravitacional PG, se usa la siguiente fórmula:

$$PG = W \cdot At \cdot N^\circ \text{ de pisos}$$

Donde W= Peso unitario por m2 (CV+CM) y At es el área tributaria.

### 2.2.6 Fórmula de predimensionamiento

Columnas céntricas:

$$b \cdot D = \frac{P(\text{servicio})}{0.45 \cdot f'_c}$$

Columnas excéntricas y esquinera:

$$b \cdot D = \frac{P(\text{servicio})}{0.35 \cdot f'_c}$$

La carga de servicio se halla mediante la siguiente fórmula:

$$P(\text{servicio}) = W \cdot At \cdot N^\circ \text{ de pisos}$$

Donde:

- P(servicio)=carga de servicio
- W= Peso unitario por m2 (de acuerdo al RNE E.030)
- At= Área tributaria

### 2.2.7 Cargas de gravedad (PG) de uso práctico

En la Tabla 10 se muestran valores de la carga de gravedad o de servicio (carga por metro cuadrado) para diversos tipos de edificaciones, de acuerdo a la norma E.030 del RNE.

**Tabla 10**

*Peso por metro cuadrado de las edificaciones*

Categoría de la edificación	Peso W (kg/m <sup>2</sup> )
A	1500
B	1250
C	1000

*Nota.* Tomado de la norma E.030 del RNE.

## Problemas resueltos

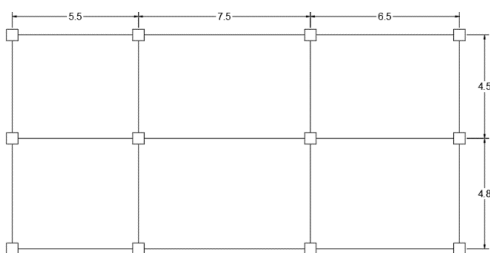
**Ejercicio 2:** Predimensionar todas las columnas de la edificación mostrada en la Figura 16, usar las cargas de la E.030 del RNE.

Datos:

- El uso es para salas de operación de Hospitales y para una proyección de 5 pisos.
- $f'_c = 210 \text{ Kg/cm}^2$ .

**Figura 16**

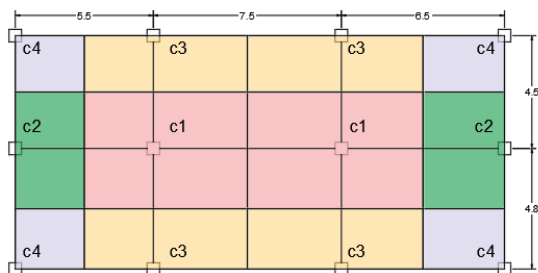
*Ejes entre columnas*



**Solución:** Se delimita las áreas tributarias, como se aprecia en la Figura 17.

**Figura 17**

*Distribución de áreas tributarias*



**Paso 1:** Determinación del área tributaria

$$\text{At C1} = 6.50\text{m} \times 4.65\text{m} = 30.23\text{m}^2 \quad \text{At C3} = 6.50\text{m} \times 2.40\text{m} = 15.60\text{m}^2$$

$$\text{At C1} = 7.00\text{m} \times 4.65\text{m} = 32.55\text{m}^2 \quad \text{At C3} = 7.00\text{m} \times 2.40\text{m} = 16.80\text{m}^2$$

$$\text{At C2} = 2.75\text{m} \times 4.65\text{m} = 12.79\text{m}^2 \quad \text{At C4} = 2.75\text{m} \times 2.25\text{m} = 6.19\text{m}^2$$

$$\text{At C2} = 3.25\text{m} \times 4.65\text{m} = 15.11\text{m}^2 \quad \text{At C4} = 3.25\text{m} \times 2.25\text{m} = 7.31\text{m}^2$$

$$\text{At C3} = 6.50\text{m} \times 2.25\text{m} = 14.63\text{m}^2 \quad \text{At C4} = 2.75\text{m} \times 2.40\text{m} = 6.60\text{m}^2$$

$$\text{At C3} = 7.00\text{m} \times 2.25\text{m} = 15.75\text{m}^2 \quad \text{At C4} = 3.25\text{m} \times 2.40\text{m} = 7.80\text{m}^2$$

**Paso 2:** Determinación de la carga P

El W es de 1500 Kg/m<sup>2</sup> para categoría A (Hospitales)

$$P = W \cdot \text{At} \cdot N^{\circ} \text{ de pisos}$$

$$P \text{ C1} = 1500 \text{ kg/m}^2 \times 32.55\text{m}^2 \times 5 = 244,125.0 \text{ kg}$$

$$P \text{ C2} = 1500 \text{ kg/m}^2 \times 15.11\text{m}^2 \times 5 = 113,325.0 \text{ kg}$$

$$P \text{ C3} = 1500 \text{ kg/m}^2 \times 16.80\text{m}^2 \times 5 = 126,000.0 \text{ kg}$$

$$P \text{ C4} = 1500 \text{ kg/m}^2 \times 7.80\text{m}^2 \times 5 = 58,500.0 \text{ kg}$$

**Paso 3:** Determinación de la sección transversal

$$\text{Columnas céntricas: } b \cdot D = \frac{P}{0.45 \cdot f'_c}$$

$$\text{Columnas excéntricas y esquinera: } b \cdot D = \frac{P}{0.35 \cdot f'_c}$$

**C1:**

$$b.D = \frac{244,125.0 \text{ Kg}}{0.45 \times 210 \text{ Kg/cm}^2} = 2583.33 \text{ cm}^2 \rightarrow \sqrt{2583.33 \text{ cm}^2} = 50.82 \text{ cm} \rightarrow \mathbf{55 \text{ cm} \times 55 \text{ cm}}$$

**C2 y C3:**

$$b.D = \frac{126,000.0 \text{ Kg}}{0.35 \times 210 \text{ Kg/cm}^2} = 1714.29 \text{ cm}^2 \rightarrow \sqrt{1714.29 \text{ cm}^2} = 41.40 \text{ cm} \rightarrow \mathbf{45 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}}$$

**C4:**

$$b.D = \frac{58,500.0 \text{ Kg}}{0.35 \times 210 \text{ Kg/cm}^2} = 795.91 \text{ cm}^2 \rightarrow \sqrt{1392.86 \text{ cm}^2} = 28.21 \text{ cm} \rightarrow \mathbf{30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}}$$

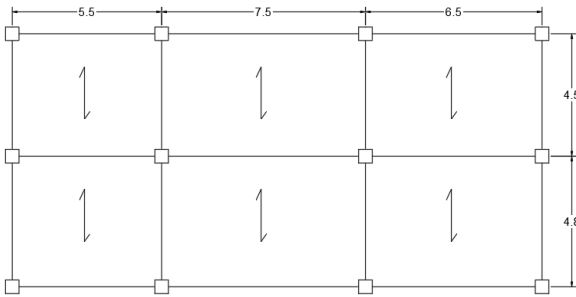
**Ejercicio 3:** Predimensionar todas las columnas y determinar su peso de gravedad de la edificación mostrada en la Figura 18.

Datos:

- El uso es para salas de operación de Hospitales y proyección de 5 pisos.
- Espesor de aligerado en una dirección  $e=25 \text{ cm}$
- Tabiquería=  $120 \text{ Kg/m}^2$
- Acabados=  $100 \text{ Kg/m}^2$
- Peso propio vigas=  $100 \text{ Kg/m}^2$
- Peso propio columnas=  $50 \text{ Kg/m}^2$
- $f'_c = 210 \text{ Kg/cm}^2$

### Figura 18

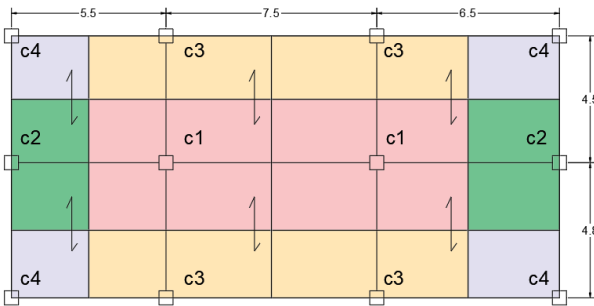
Dirección de losas



**Solución:** El esquema de distribución de áreas se muestra en la Figura 19.

### Figura 19

Distribución de las áreas tributarias.



#### Paso 1: Determinación del área tributaria

$$At C1 = 6.50m \times 4.65m = 30.23m^2$$

$$At C3 = 6.50m \times 2.40m = 15.60m^2$$

$$At C1 = 7.00m \times 4.65m = 32.55m^2$$

$$At C3 = 7.00m \times 2.40m = 16.80m^2$$

$$At C2 = 2.75m \times 4.65m = 12.79m^2$$

$$At C4 = 2.75m \times 2.25m = 6.19m^2$$

$$At C2 = 3.25m \times 4.65m = 15.11m^2$$

$$At C4 = 3.25m \times 2.25m = 7.31m^2$$

$$At C3 = 6.50m \times 2.25m = 14.63m^2$$

$$At C4 = 2.75m \times 2.40m = 6.60m^2$$

$$At\ C3 = 7.00m \times 2.25m = 15.75m^2 \quad At\ C4 = 3.25m \times 2.40m = 7.80m^2$$

**Paso 2:** Determinación de la carga PG = W · At · (N° de pisos)

**Carga muerta:**

Peso de losa: 350 Kg/m<sup>2</sup> (E.020)

$$CM = 350 + 120 + 100 + 100 + 50 = 720\ Kg/m^2$$

**Carga viva:**

$$S/C = 300\ Kg/m^2$$

$$CV = 300\ Kg/m^2$$

$$W = CV + CM = 1020\ Kg/m^2$$

$$PG = W \times At \times (N^\circ \text{ de pisos})$$

$$PG\ C1: 1020\ Kg/m^2 \times 32.55m^2 \times 5 = 166,005.00\ Kg$$

$$PG\ C2: 1020\ Kg/m^2 \times 15.11m^2 \times 5 = 77,061.00\ Kg$$

$$PG\ C3: 1020\ Kg/m^2 \times 16.80m^2 \times 5 = 85,680.00\ Kg$$

$$PG\ C4: 1020\ Kg/m^2 \times 7.80m^2 \times 5 = 39,780.00\ Kg$$

**Paso 3:** Determinación de la carga PG = W · At · (N° de pisos)

$$b.D = \frac{\text{factor} \times PG}{n \cdot f'_c}$$

**C1:**

$$b.D = \frac{1.1 \times 166,005.00\ kg}{0.30 \times 210\ Kg/cm^2} = 2898.50\ cm^2 \rightarrow \sqrt{2898.50\ cm^2} = 53.84\ cm \rightarrow \mathbf{55\ cm \times 55\ cm}$$

**C2:**

$$b.D = \frac{1.25 \times 77,061.00 \text{ kg}}{0.25 \times 210 \text{ Kg/cm}^2} = 1834.78 \text{ cm}^2 \rightarrow \sqrt{1834.78 \text{ cm}^2} = 42.83 \text{ cm} \rightarrow \mathbf{45 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}}$$

**C3:**

$$b.D = \frac{1.25 \times 85,680.00 \text{ kg}}{0.25 \times 210 \text{ Kg/cm}^2} = 2040 \text{ cm}^2 \rightarrow \sqrt{2040 \text{ cm}^2} = 45.17 \text{ cm} \rightarrow \mathbf{45 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}}$$

**C4:**

$$b.D = \frac{1.50 \times 39,780.00 \text{ kg}}{0.20 \times 210 \text{ Kg/cm}^2} = 1420.71 \text{ cm}^2 \rightarrow \sqrt{1420.71 \text{ cm}^2} = 37.69 \text{ cm} \rightarrow \mathbf{40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}}$$

**Tabla 11**

*Comparación entre formas de predimensionar*

Tipo de columna	Con cargas del RNE E.030	Fórmula japonesa
C1	55×55cm	55×55cm
C2	45×45cm	45×45cm
C3	45×45cm	45×45cm
C4	30×30cm	40×40cm

Como se puede apreciar en la Tabla 11, en ambos métodos los resultados de C1, C2 y C3 son idénticas; sin embargo, la columna esquinera C4 varía su dimensión, siendo las fórmulas japonesas más conservadoras, pudiéndose usar ambas, sin embargo, la dimensión final será definida en el diseño del concreto.

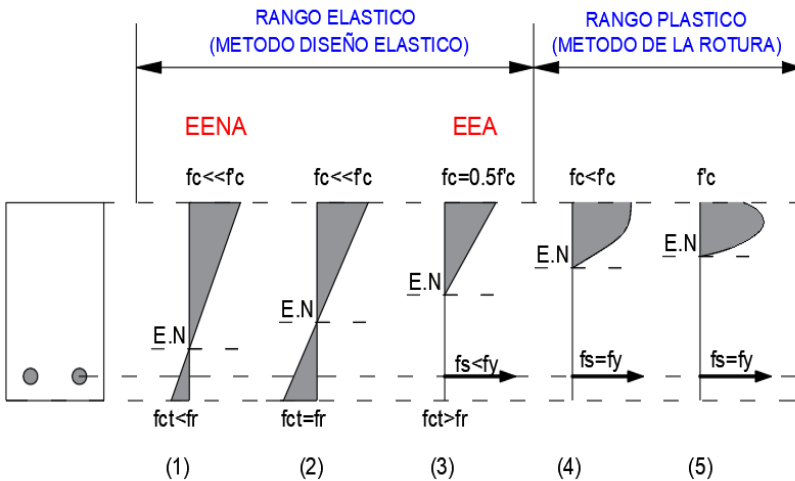
# CAPÍTULO III

## MÉTODO DE DISEÑO ELÁSTICO

Los estados elásticos se producen en el rango elástico. En la Figura 20 se muestra los esfuerzos en el rango elástico y plástico, así como las ubicaciones de estos estados.

**Figura 20**

*Esfuerzos en el estados elásticos y plásticos*



*Nota.* Adaptado de Olivos (2021).

Donde:

- EENA= Estado elástico no agrietado
- EEA= Estado elástico agrietado
- $f'_c$ = Resistencia de compresión del concreto
- $f_c$ = Esfuerzo de compresión del concreto

- $f_{ct}$  = Esfuerzo de tracción del concreto
- $f_t$  = Esfuerzo de rotura del concreto
- $f_s$  = Esfuerzo en tracción del acero
- $f_y$  = Esfuerzo de fluencia del acero

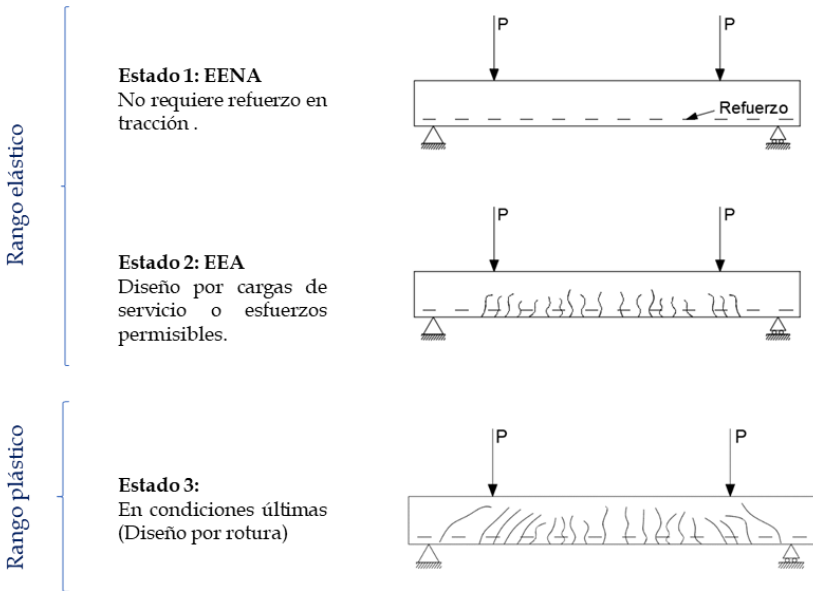
### **Etapas de los esfuerzos y deformaciones en la flexión pura al aumentar la carga**

1. No se presentan fisuras en el concreto, el esfuerzo de tracción es menor al esfuerzo a la rotura, el esfuerzo de compresión es mucho menor a la resistencia del concreto.
2. Aparece las primeras fisuras, debido a que se alcanza el momento crítico. El esfuerzo de tracción del concreto alcanza el esfuerzo de rotura.
3. Al estar agrietado el concreto ya no resiste esfuerzos de tracción, por lo que el acero resiste totalmente esos esfuerzos. En esta la distribución de esfuerzos del concreto es lineal.

Estas etapas muestran la fisuración del concreto, su tipo y cuando empiezan a aparecer, como se puede apreciar en la Figura 21.

**Figura 21**

*Estado elástico y plástico*



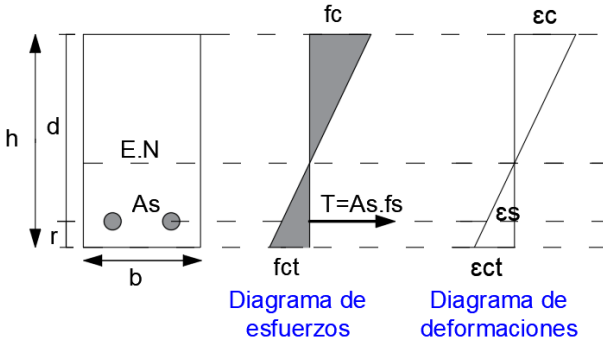
*Nota.* Adaptado de Olivos (2021)

### 3.1 Estado elástico no agrietado

- El concreto no presenta grietas, ya que las tensiones de tracción no superan su resistencia a la tracción (módulo de rotura  $f_r$ ).
- Tanto el concreto como el acero se comportan de manera elástica, siguiendo una relación lineal entre esfuerzos y deformaciones (ver Figura 22 y 23).
- La sección transversal de la viga o elemento estructural mantiene su integridad, y las deformaciones son proporcionales a las cargas aplicadas.

**Figura 22**

*Diagrama de esfuerzos y deformaciones*

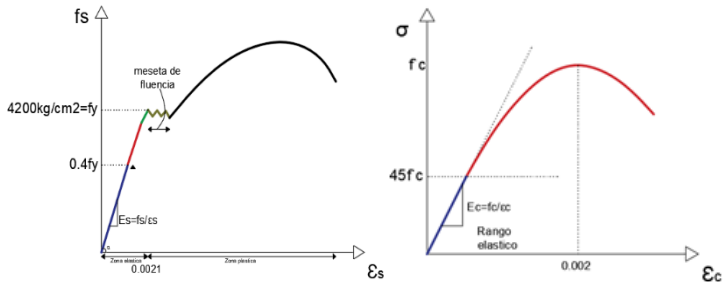


Donde:

- $\epsilon_c$  = Deformación unitaria del concreto.
- $\epsilon_s$  = Deformación unitaria del acero.
- $\epsilon_{ct}$  = Deformación unitaria del concreto a tracción.
- $A_s$  = Área del acero.
- $d$  = peralte
- $r$  = recubrimiento
- $T$  = fuerza de tracción

**Figura 23**

*Diagrama de esfuerzos y deformaciones*



A partir del gráfico anterior, se obtienen las fórmulas que se muestran en la Tabla 12.

**Tabla 12**

*Esfuerzos del concreto y acero en el rango elástico*

Fórmulas para el concreto		Fórmulas para el acero	
<b>A compresión</b> <b>(kg/cm2)</b>	$f_c \leq 0.45f'_c$	A tracción	$f_s \leq 0.4f_y$ si $f_y \geq 4200 \text{ kg/cm}^2$
<b>A tracción</b> <b>(kg/cm2)</b>	$f_{ct} \leq 2\sqrt{f'_c}$		$f_s \leq 0.5f_y$ si $f_y \leq 2800 \text{ kg/cm}^2$

*Nota.* Adaptado de Santana (2014).

### 3.2 Esfuerzo en la sección de la viga

Los esfuerzos están dados por la fórmula de Navier:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$$

La fórmula de esfuerzo cumple cuando el material es homogéneo, es decir un solo material, se tiene 2 materiales como el concreto y el acero, siendo necesario transformarlo.

Debido a la adherencia entre el concreto y el acero, las deformaciones unitarias del concreto y acero son iguales ( $\epsilon_c = \epsilon_s$ ).

$$\Rightarrow \frac{f_s}{E_s} = \frac{f_c}{E_c} \quad f_s = \frac{E_s}{E_c} \cdot f_c, \text{ donde } n = \frac{E_s}{E_c} \Rightarrow f_s = n \cdot f_c$$

Donde n es la relación modular.

Por tanto, el esfuerzo del acero se transforma a esfuerzo de concreto y se multiplica el factor n.

### Transformación del área del acero a área de concreto

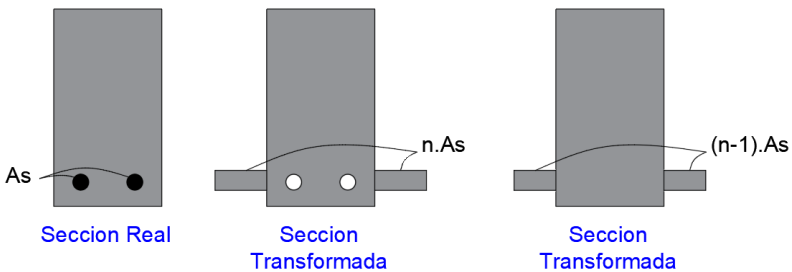
Se sabe que  $T = A_s \cdot f_s$

$$\Rightarrow T = A_s \cdot n \cdot f_c = (A_s \cdot n) \cdot f_c$$

De la fórmula se afirma que para transformar el área de acero a área de concreto se aplica la fórmula  $A_{CS} = A_s \cdot n$ , donde  $A_{CS}$  es el área de acero transformado en área de concreto. Para un mejor entendimiento, este proceso de transformación se puede apreciar en la Figura 24.

**Figura 24**

*Transformaciones de áreas*



$$A_t = A_n + n \cdot A_s$$

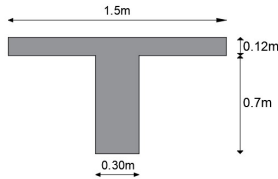
$$A_t = A_g + (n-1)A_s$$

Donde:

- $A_t = \text{Área Total}$
- $A_n = \text{Área neta (área bruta menos del acero)}$
- $A_g = \text{Área bruta}$

## PROBLEMAS RESUELTOS

1. Si la viga T, no está agrietada, calcular el esfuerzo en el concreto en la parte superior e inferior sometida a un momento de 12Tn.m. Además, si  $f'_c=210$  kg/cm<sup>2</sup>, ¿cuál será la carga máxima uniformemente distribuida que la viga puede soportar para una luz de 7m sin sobrepasar el módulo de rotura? Si la viga se invierte determine esa carga máxima.

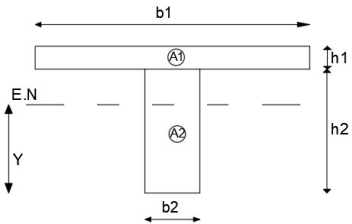


*Solución*

$$f'_c := 210 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \gamma := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \quad M := 12 \text{ tonnef} \cdot \text{m} \quad L := 7 \text{ m}$$

- a. Determinación del centroide y ubicación del E.N

$$\begin{aligned} h1 &:= 12 \text{ cm} & b1 &:= 150 \text{ cm} \\ h2 &:= 70 \text{ cm} & b2 &:= 30 \text{ cm} \end{aligned}$$



Cálculo del eje neutro

$$A1 := h1 \cdot b1 = 1800.00 \text{ cm}^2$$

$$A2 := h2 \cdot b2 = 2100.00 \text{ cm}^2$$

$$y1 := \frac{h1}{2} + h2 = 76.00 \text{ cm} \quad y2 := \frac{h2}{2} = 35.00 \text{ cm}$$

$$y := \frac{(A1 \cdot y1 + A2 \cdot y2)}{A1 + A2} = 53.92 \text{ cm}$$

- b. Determinación el momento de inercia

$$I_x := \frac{b1 \cdot h1^3}{12} + \frac{b2 \cdot h2^3}{12} + A1 \cdot (y - y1)^2 + A2 \cdot (y - y2)^2$$

$$I_x = 2508376.92 \text{ cm}^4$$

- c. Determinación el esfuerzo en el concreto superior e inferior

$$y_c := h1 + h2 - y = 28.08 \text{ cm}$$

$$y_t := y = 53.92 \text{ cm}$$

Para el concreto:

$$\begin{array}{ll} \text{Compresión} & f_c := \frac{M \cdot y_c}{I_x} & f_c = 13.43 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \\ \text{Tracción} & f_{ct} := \frac{M \cdot y_t}{I_x} & f_{ct} = 25.80 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \end{array}$$

d. Carga máxima uniforme distribuida

$$\begin{array}{ll} fr := 2 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}} = 28.98 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} & \text{Módulo de rotura} \\ Mcr := \frac{fr \cdot I_x}{y} = 14.86 \text{ tonf} \cdot \text{m} & \text{Momento crítico} \\ W := \frac{8 \cdot Mcr}{L^2} = 2.43 \frac{\text{tonf}}{\text{m}} & \text{Carga distribuida máxima} \end{array}$$

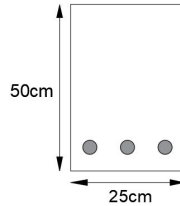
e. Carga máxima uniforme distribuida para la viga invertida

$$\begin{array}{ll} fr := 2 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}} = 28.98 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} & \text{Módulo de rotura} \\ Mcr := \frac{fr \cdot I_x}{h1 + h2 - y} = 28.54 \text{ tonf} \cdot \text{m} & \text{Momento crítico} \\ W := \frac{8 \cdot Mcr}{L^2} = 4.66 \frac{\text{tonf}}{\text{m}} & \text{Carga distribuida máxima} \end{array}$$

2. Calcular los esfuerzos que se producen en la viga rectangular si se cuenta con 3 varillas de 3/4", para lo cual se tiene los siguientes datos:

$$f'_c := 210 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad M := 3 \text{ tonnef} \cdot \text{m}$$

$$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$



**Solución**

- a. Determinación de los módulos de elasticidad y relación modular

$$E_c := 15000 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}} \quad E_c = 217370.651 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_s := 2.1 \cdot 10^6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \therefore n := \frac{E_s}{E_c} = 9.661$$

- b. Determinación del área de acero Transformado

$$\text{cm}^2 := \text{cm}^2$$

$$A_b := \text{Diámetro: } \Phi 3/4'' \quad A_b = 2.84 \text{ cm}^2 \quad A_s := 3 \cdot A_b = 8.520 \text{ cm}^2$$

$$A_{cs} := (n-1) A_s = 73.791 \text{ cm}^2$$

- c. Determinación del centroide y ubicación del E.N

$$h := 50 \text{ cm}$$

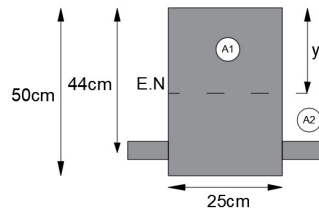
$$b := 25 \text{ cm}$$

recubrimiento para una capa

$$r := 6 \text{ cm}$$

Peralte efectivo

$$d := h - r = 44.000 \text{ cm}$$



$$A1 := h \cdot b = 1250.000 \text{ cm}^2$$

$$y1 := \frac{h}{2} = 25.000 \text{ cm} \quad y2 := d = 44.000 \text{ cm}$$

$$A2 := A_{cs} = 73.791 \text{ cm}^2$$

$$y := \frac{(A1 \cdot y1 + A2 \cdot y2)}{A1 + A2} = 26.059 \text{ cm}$$

d. Determinación el momento de inercia

$$I_x := \frac{b \cdot h^3}{12} + A1 \cdot (y - y1)^2 + A2 \cdot (y - y2)^2$$

$$I_x \rightarrow 260416.666666666666666667 \cdot \text{cm}^4 + 25153.666430077306996 \cdot \text{cm}^4$$

$$I_x = 285570.333 \text{ cm}^4$$

e. Determinación del esfuerzo en el concreto y en el acero

$$y_t := h - y = 23.941 \text{ cm} \quad y_s := y_t - r = 17.941 \text{ cm}$$

$$y_c := y = 26.059 \text{ cm}$$

Para el concreto:

$$\text{Compresión} \quad f_c := \frac{M \cdot y_c}{I_x} \quad f_c = 27.376 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Tracción} \quad f_{ct} := \frac{M \cdot y_t}{I_x} \quad f_{ct} = 25.151 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Para el acero:

$$\text{Tracción} \quad f_s := \frac{M \cdot y_s}{I_x} \quad f_s = 18.847 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

f. Verificación del esfuerzo admisible

Para el concreto:

$$\text{Compresión} \quad f_c = 27.376 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 0.45 \cdot f'_c = 94.500 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

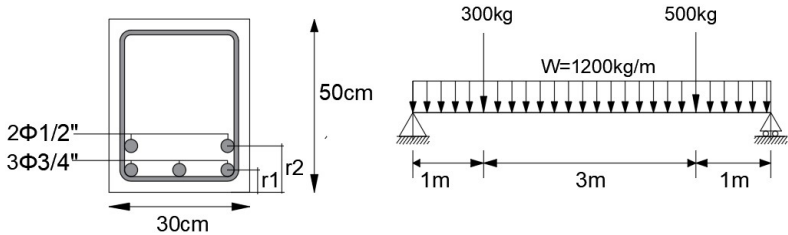
$$\text{Tracción} \quad f_{ct} = 25.151 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 2 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}} = 28.983 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

Para el acero:

$$\text{Tracción} \quad f_s = 18.847 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 0.4 \cdot f_y = 1680.000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

∴ No hay agrietamiento

3. La viga está sometida a una carga de servicio de 1200 kg/m y a dos cargas puntuales:  $P_1 = 300$  kg y  $P_2 = 500$  kg. La resistencia del concreto es  $f'_c = 245$  kg/cm<sup>2</sup> y la fluencia del acero es  $f_y = 4200$  kg/cm<sup>2</sup>. Se debe verificar el estado en que se encuentra la viga a tracción.



*Solución*

$$f'_c := 245 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

- a. Determinación de los módulos de elasticidad y relación modular

$$E_c := 15000 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}} \quad E_c = 234787.138 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_s := 2.1 \cdot 10^6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \therefore n := \frac{E_s}{E_c} = 8.944$$

- b. Determinación del área de acero Transformado

$$cm^2 := cm^2$$

$$A_{b1} := \text{Diámetro: } \Phi 3/4'' \quad A_{b1} = 2.84 \text{ cm}^2$$

$$A_{b2} := \text{Diámetro: } \Phi 1/2'' \quad A_{b2} = 1.29 \text{ cm}^2$$

$$A_S := 3 \cdot A_{b1} + 2 \cdot A_{b2} = 11.100 \text{ cm}^2$$

$$A_{CS} := (n - 1) A_S = 88.181 \text{ cm}^2$$

- c. Determinación del centroide y ubicación del E.N

$$h := 50 \text{ cm}$$

$$b := 30 \text{ cm}$$

recubrimiento para una y dos capas

$$r1 := 6 \text{ cm}$$

$$r2 := 9 \text{ cm}$$



f. Determinación del esfuerzo en el concreto y acero

$$y_c := h - y = 26.016 \text{ cm}$$

$$y_t := y = 23.984 \text{ cm}$$

$$y_s := y_t - Y_G = 17.286 \text{ cm}$$

**Para el concreto:**

$$\text{Compresión} \quad f_c := \frac{M \cdot y_c}{I_x} \quad f_c = 31.723 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Tracción} \quad f_{ct} := \frac{M \cdot y_t}{I_x} \quad f_{ct} = 29.245 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

**Para el acero:**

$$\text{Tracción} \quad f_s := \frac{M \cdot y_s}{I_x} \quad f_s = 21.078 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

g. Verificación del esfuerzo admisible

**Para el concreto:**

$$\text{Compresión} \quad f_c = 31.723 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 0.45 \cdot f'_c = 110.250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

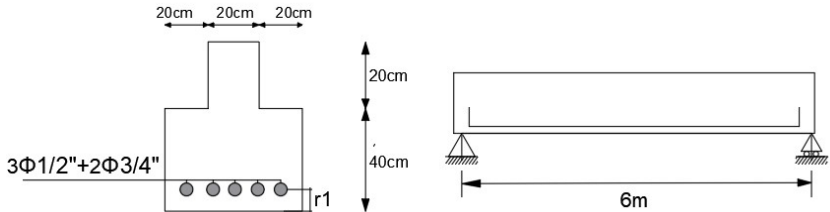
$$\text{Tracción} \quad f_{ct} = 29.245 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 2 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}} = 31.305 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

**Para el acero:**

$$\text{Tracción} \quad f_s = 21.078 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 0.4 \cdot f_y = 1680.000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

∴ No hay agrietamiento.

4. En la siguiente viga, la resistencia del concreto es de  $f'_c=210\text{kg/cm}^2$  y la fluencia del acero es de  $f_y=4200\text{kg/cm}^2$ . Verificar los esfuerzos a compresión y tracción en el concreto. Verificar el esfuerzo en el acero. Considere únicamente el peso propio de la viga.



*Solución*

$$f'_c := 210 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \gamma := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

1. Determinación de los módulos de elasticidad y relación modular

$$E_c := 15000 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}} \quad E_c = 217370.65 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_s := 2.1 \cdot 10^6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \therefore n := \frac{E_s}{E_c} = 9.66$$

2. Determinación del área de acero Transformado

$$cm2 := cm^2$$

$$A_{b1} := \text{Diámetro: } \Phi 3/4 \quad A_{b1} = 2.84 \text{ cm}^2$$

$$A_{b2} := \text{Diámetro: } \Phi 1/2 \quad A_{b2} = 1.29 \text{ cm}^2$$

$$A_s := 2 \cdot A_{b1} + 3 \cdot A_{b2} = 9.55 \text{ cm}^2$$

$$A_{CS} := (n-1) A_s = 82.71 \text{ cm}^2$$

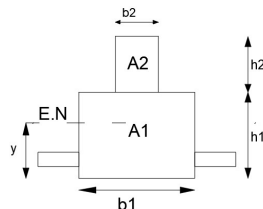
3. Determinación del centroide y ubicación del E.N

$$h1 := 40 \text{ cm} \quad b1 := 60 \text{ cm}$$

$$h2 := 20 \text{ cm} \quad b2 := 20 \text{ cm}$$

recubrimiento para una capa

$$r := 6 \text{ cm}$$



Determinación del eje neutro

$$A1 := h1 \cdot b1 = 2400.00 \text{ cm}^2$$

$$A2 := h2 \cdot b2 = 400.00 \text{ cm}^2$$

$$A3 := A_{CS} = 82.71 \text{ cm}^2$$

$$y1 := \frac{h1}{2} = 20.00 \text{ cm} \quad y2 := h1 + \frac{h2}{2} = 50.00 \text{ cm} \quad y3 := r = 6.00 \text{ cm}$$

$$y := \frac{(A1 \cdot y1 + A2 \cdot y2 + A3 \cdot y3)}{A1 + A2 + A3} = 23.76 \text{ cm}$$

4. Determinación del momento de inercia

$$I_x := \frac{b1 \cdot h1^3}{12} + \frac{b2 \cdot h2^3}{12} + A1 \cdot (y - y1)^2 + A2 \cdot (y - y2)^2 + A3 \cdot (y - y3)^2$$

$$I_x \rightarrow 333333.3333333333333333 \cdot \text{cm}^4 + 335434.0232938017015 \cdot \text{cm}^4$$

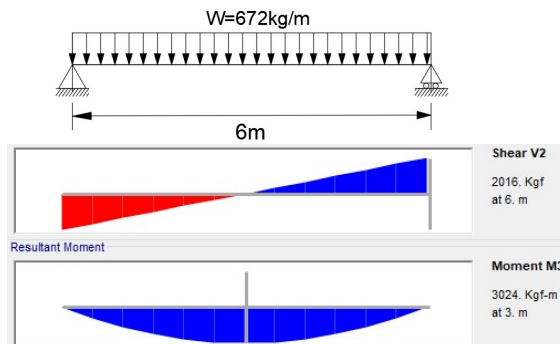
$$I_x = 668767.36 \text{ cm}^4$$

5. Determinación del momento flector máximo positivo

Para el cálculo de el DFC y DMF, se usó el software SAP2000.

Peso distribuido por peso propio por metro es:

$$W := \gamma \cdot (A1 + A2) = 672.00 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$



$$M := 3024 \text{ kgf} \cdot \text{m}$$

El momento máximo se en el centro de la viga

6. Determinación del esfuerzo en el concreto y acero

$$y_c := h1 + h2 - y = 36.24 \text{ cm}$$

$$y_t := y = 23.76 \text{ cm}$$

$$y_s := y_t - r = 17.76 \text{ cm}$$

**Para el concreto:**

$$\text{Compresión} \quad f_c := \frac{M \cdot y_c}{I_x} \quad f_c = 16.39 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Tracción} \quad f_{ct} := \frac{M \cdot y_t}{I_x} \quad f_{ct} = 10.74 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

**Para el concreto:**

$$\text{Tracción} \quad f_s := \frac{M \cdot y_s}{I_x} \quad f_s = 8.03 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

7. Verificación del esfuerzo admisible

**Para el concreto:**

$$\text{Compresión} \quad f_c = 16.39 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 0.45 \cdot f'_c = 94.50 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

$$\text{Tracción} \quad f_{ct} = 10.74 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 2 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}} = 28.98 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

**Para el concreto:**

$$\text{Tracción} \quad f_s = 8.03 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 0.4 \cdot f_y = 1680.00 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

∴ No hay agrietamiento

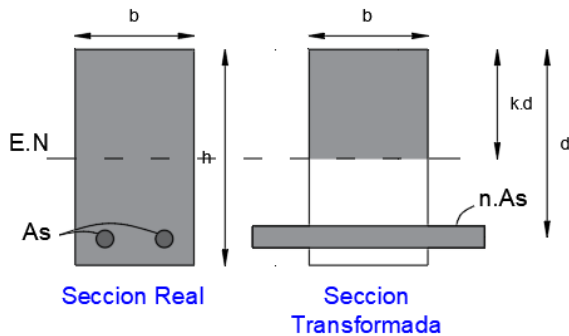
Los ejercicios desarrollados fueron planteados por Juan Ortega (2014) y por McCormac y Brown (2015); sin embargo, han sido adaptados y desarrollados en el software Mathcad, el cual, a su vez, sirve al estudiante como manual en el proceso de programación en dicho software.

### 3.3 Estado elástico agrietado

- El concreto en tracción ya se encuentra fisurado.
- En la tracción solamente trabaja el acero ya no el concreto.
- El esfuerzo del concreto traccionado  $f_{ct}$  supera al módulo de rotura  $f_r$ .
- Se asume que el eje neutro coincide con la parte superior de la grieta.
- El proceso de transformación de área de acero a concreto se aprecia en la Figura 25.

**Figura 25**

*Transformación de área de acero a concreto*



### 3.4 Determinación del eje neutro

Para determinar la ubicación del eje neutro se puede realizar de tres modos que se detallan a continuación:

#### a) Primer modo

Mediante el equilibrio del primer momento de área respecto al eje neutro.

$$\frac{(b \cdot k \cdot d)(k \cdot d)}{2} = (n \cdot A_s)(d - k \cdot d)$$

$$\frac{b \cdot (k \cdot d)^2}{2} - (n \cdot A_s)(d - k \cdot d) = 0$$

Esta ecuación permite obtener el valor del parámetro  $k$ , que representa la profundidad relativa del eje neutro como se muestra en la Figura 25. Su determinación es fundamental para evaluar los esfuerzos en el concreto comprimido y en el acero traccionado, garantizando que la sección trabaje dentro del rango elástico admisible.

### b) Segundo modo

Se toma el eje de referencia el eje neutro, por lo que  $y=0$  (línea de referencia hacia el eje neutro)

$$y = \frac{(b \cdot k \cdot d)(k \cdot d)}{2} - (n \cdot A_s)(d - k \cdot d) = 0$$

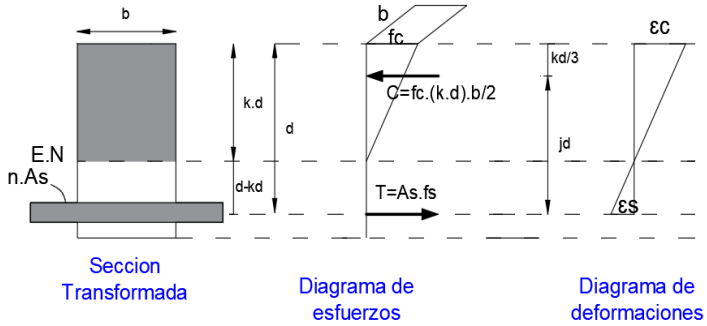
La condición  $y=0$  indica que el sistema se encuentra en equilibrio alrededor del eje neutro; por tanto, el momento resultante de las áreas equivalentes es nulo. Al simplificar la expresión, se obtiene nuevamente la relación:

$$\frac{b \cdot (k \cdot d)^2}{2} - (n \cdot A_s)(d - k \cdot d) = 0$$

Esta ecuación permite determinar el valor de  $k$ , que define la profundidad relativa del eje neutro. Su importancia radica en que establece la posición donde las fuerzas internas de compresión en el concreto y de tracción en el acero se equilibran, garantizando que la sección trabaje dentro del régimen elástico agrietado.

**Figura 26**

*Diagrama de esfuerzo y deformación*



**c) Tercer modo**

Mediante la compatibilidad de las deformaciones

$$\frac{\varepsilon_c}{k \cdot d} = \frac{\varepsilon_s}{(d - k \cdot d)}$$

$$f_c = E_c \cdot \varepsilon_c \rightarrow \frac{f_c}{E_c} = \varepsilon_c$$

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_s \rightarrow \frac{f_s}{E_s} = \varepsilon_s$$

$$\frac{f_c}{E_c \cdot k \cdot d} = \frac{f_s}{E_s \cdot (d - k \cdot d)} \rightarrow \frac{E_s \cdot (d - k \cdot d)}{E_c \cdot k \cdot d} = \frac{f_s}{f_c} \rightarrow \frac{n \cdot (d - k \cdot d)}{k \cdot d} = \frac{f_s}{f_c} \quad (1)$$

Equilibrio de fuerzas entre la compresión y tracción

$$C = T$$

$$\frac{1}{2} k \cdot d \cdot f_c \cdot b = A_s \cdot f_s \rightarrow \frac{k \cdot d \cdot b}{2 \cdot A_s} = \frac{f_s}{f_c} \quad (2)$$

Se iguala las ecuaciones (1) y (2)

$$\frac{n \cdot (d - k \cdot d)}{k \cdot d} = \frac{k \cdot d \cdot b}{2 \cdot A_s} \rightarrow \frac{b \cdot (k \cdot d)^2}{2} - (n \cdot A_s)(d - k \cdot d) = 0$$

$$\frac{k \cdot d}{2} = \left( n \cdot \frac{A_s}{b \cdot d} \right) (1 - k) \quad (3)$$

Cuantía del acero:

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (4)$$

Sustituyendo en la ecuación (3), se obtiene la expresión general para la profundidad relativa del eje neutro en función de la cuantía de acero:

$$k = -\rho n + \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n}$$

Esta última ecuación representa una relación analítica entre la geometría de la sección ( $b$ ,  $d$ ), la cantidad de refuerzo ( $p$ ) y las propiedades elásticas de los materiales ( $n$ ). Su interpretación física indica que el parámetro  $k$  (profundidad relativa del eje neutro), disminuye conforme aumenta la cuantía de acero, dado que un mayor refuerzo tiende a desplazar el eje neutro hacia la fibra comprimida.

De esta manera, el tercer modo integra simultáneamente las condiciones de compatibilidad de deformaciones y de equilibrio de fuerzas internas, proporcionando un método más riguroso y general para determinar el eje neutro y analizar el comportamiento del concreto armado en el estado elástico agrietado.

De acuerdo a la Figura 26 se observa que  $jd = d - \frac{k \cdot d}{3}$ , por lo que se deduce que  $j = 1 - \frac{k}{3}$

### 3.5 Momento de inercia

El momento de inercia total respecto al eje neutro se obtiene al sumar los momentos de inercia parciales de las zonas que resisten esfuerzos, las cuales incluyen, la porción de concreto comprimido (zona superior) y el área equivalente de acero transformado a concreto (zona traccionada). La expresión general se plantea como:

$$I_x = \frac{b \cdot (kd)^3}{12} + b \cdot kd \left( \frac{kd}{2} - 0 \right)^2 + A_s \cdot n \cdot (d - kd)^2$$

El primer término representa el momento de inercia propio del bloque de concreto comprimido respecto a su eje centroidal. El segundo término corresponde al traslado de ese momento de inercia al eje neutro, aplicando el teorema de ejes paralelos. Finalmente, el tercer término expresa la contribución del acero transformado ubicado en la zona traccionada, también referido al eje neutro.

Al simplificar los términos del concreto comprimido, se obtiene:

$$I_x = \frac{b \cdot (kd)^3}{12} + A_s \cdot n \cdot (d - kd)^2$$

Esta es la forma reducida de la ecuación, que incorpora la participación del acero mediante la transformación del área y refleja la rigidez efectiva de la sección agrietada.

Desde el punto de vista físico, el momento de inercia transformado  $I_x$  permite evaluar la deformabilidad del elemento estructural y calcular la curvatura y las deflexiones bajo cargas de servicio. A medida que el eje neutro se desplaza hacia la zona comprimida (menor  $k$ ), la contribución del acero se vuelve más significativa y la rigidez flexional de la viga

disminuye, reflejando el comportamiento característico del concreto armado en el estado elástico agrietado.

### 3.6 Determinación de los esfuerzos en el concreto y en el acero

El momento resistente depende de las dimensiones y propiedades del material y el momento actuante de las cargas externas.

En el análisis del comportamiento flexional de una viga de concreto armado en el estado elástico agrietado, se establece el equilibrio entre el momento actuante y el momento resistente desarrollado por las fuerzas internas de compresión y tracción en la sección transversal. La condición de equilibrio se expresa como:

$$M_{\text{actuante}} = M_{\text{resistente}}$$

#### En el concreto

Dado que la resistencia a la flexión proviene del par interno formado por la fuerza de compresión en el concreto (C) y la fuerza de tracción en el acero (T), separadas por una distancia efectiva  $j \cdot d$ , se tiene:

$$M_{\text{actuante}} = M$$

$$M_{\text{resistente}} = C \cdot (j \cdot d)$$

$$M = C \cdot (j \cdot d)$$

$$M = \frac{1}{2} k \cdot d \cdot f_c \cdot b \cdot (j \cdot d)$$

De esta expresión se puede despejar el esfuerzo de compresión máximo en el concreto:

$$f_c = \frac{2 \cdot M}{j \cdot k \cdot b \cdot d^2}$$

esta relación permite verificar la resistencia del concreto comprimido frente a un momento flector conocido y constituye una base fundamental para el diseño y la comprobación de vigas de concreto armado en el rango elástico agrietado.

### **En el acero**

En el análisis flexional del concreto armado en el estado elástico agrietado, la zona traccionada del concreto se considera ineficaz, por lo que toda la resistencia a la tracción recae sobre el acero de refuerzo. En este contexto, el equilibrio interno del elemento estructural se describe mediante la igualdad entre el momento actuante y el momento resistente desarrollado por las fuerzas internas:

$$M_{\text{actuante}} = M$$

$$M_{\text{resistente}} = T \cdot (j \cdot d)$$

$$M = T \cdot (j \cdot d)$$

$$M = A_s \cdot f_s \cdot (j \cdot d)$$

De esta relación se despeja el esfuerzo en el acero traccionado:

$$f_s = \frac{M}{j \cdot d \cdot A_s}$$

De acuerdo a la fórmula, un aumento del área de acero o de la altura efectiva de la viga reduce el esfuerzo en el acero, incrementando la capacidad resistente o un valor mayor de  $j$  (mayor brazo de palanca entre fuerzas internas) también mejora la eficiencia estructural, ya que permite equilibrar el mismo momento con menores tensiones en los materiales.

Esta ecuación representa un criterio fundamental para verificar la seguridad del acero de refuerzo, garantizando que el esfuerzo de tracción  $f_s$  no supere el límite elástico del material ( $f_y$ ). De esta manera, se asegura que la viga opere dentro del régimen elástico, manteniendo un comportamiento estructural estable y compatible con el equilibrio interno del concreto armado.

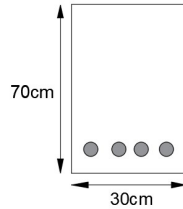
## PROBLEMAS RESUELTOS

1. Calcular los esfuerzos que se producen en la viga rectangular si se cuenta con 4 varillas de 3/4", para lo cual se tiene los siguientes datos:

$$f'_c := 280 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$M := 11 \cdot \text{tonnef} \cdot \text{m}$$

$$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$



*Solución*

1. Determinación de los módulos de elasticidad y relación modular

$$E_c := 15000 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_c = 250998.01 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_s := 2 \cdot 10^6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\therefore n := \frac{E_s}{E_c} = 7.97$$

2. Determinación de la cuantía del acero

$$cm2 := cm^2$$

$$A_b := \text{Diámetro: } \Phi 3/4'' \downarrow$$

$$A_b = 2.84 \text{ cm}^2$$

$$A_s := 4 \cdot A_b = 11.36 \text{ cm}^2$$

$$A_{cs} := (n-1) A_s = 79.16 \text{ cm}^2$$

3. Determinación el centroide y ubicación del E.N

$$h := 70 \text{ cm}$$

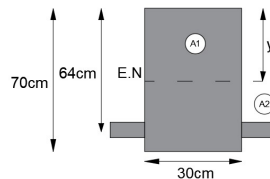
$$b := 30 \text{ cm}$$

recubrimiento para una capa

$$r := 6 \text{ cm}$$

Peralte efectivo

$$d := h - r = 64.00 \text{ cm}$$



$$A1 := h \cdot b = 2100.00 \text{ cm}^2$$

$$y1 := \frac{h}{2} = 35.00 \text{ cm} \quad y2 := d = 64.00 \text{ cm}$$

$$A2 := A_{cs} = 79.16 \text{ cm}^2$$

$$y := \frac{(A1 \cdot y1 + A2 \cdot y2)}{A1 + A2} = 36.05 \text{ cm}$$

4. Determinación el momento de inercia

$$I_x := \frac{b \cdot h^3}{12} + A1 \cdot (y - y1)^2 + A2 \cdot (y - y2)^2$$

$$I_x \rightarrow 857500.0 \cdot \text{cm}^4 + 64154.156979336572132 \cdot \text{cm}^4$$

$$I_x = 921654.16 \text{ cm}^4$$

5. Determinación del esfuerzo en el concreto y en el acero

$$y_t := h - y = 33.95 \text{ cm}$$

Para el concreto:

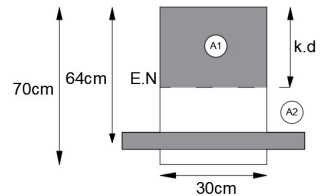
$$\text{Tracción} \quad f_{ct} := \frac{M \cdot y_t}{I_x} \quad f_{ct} = 40.52 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{ct} = 40.52 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 2 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}} = 33.47 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{No cumple}$$

∴ Se agrieta, por lo que pasamos al EEA

6. Cálculo de la cuantía del acero

$$\rho := \frac{A_s}{b \cdot d} = 0.006$$



7. Cálculo del valor de k y j

$$k := -\rho \cdot n + \sqrt{((\rho \cdot n)^2 + 2 \cdot \rho \cdot n)} = 0.26$$

Por tanto eje neutro :  $k \cdot d = 16.87 \text{ cm}$

Valor de j:  $j := 1 - \frac{k}{3} = 0.91$

8. Determinación de los esfuerzos en el concreto y en el acero

Para el concreto:

$$\text{Compresión} \quad f_c := \frac{2 \cdot M}{j \cdot k \cdot b \cdot (d)^2} \quad f_c = 74.48 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

**Para el acero:**

$$\text{Tracción} \quad f_s := \frac{M}{j \cdot d \cdot A_s} \quad f_s = 1658.68 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

9. Verificación del esfuerzo admisible

**Para el concreto:**

$$\text{Compresión} \quad f_c = 74.48 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 0.45 \cdot f'_c = 126.00 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

**Para el concreto:**

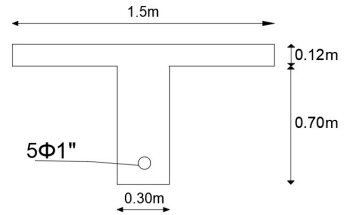
$$\text{Tracción} \quad f_s = 1658.68 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \leq 0.4 \cdot f_y = 1680.00 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Cumple}$$

2. Si se considera que la viga ya está agrietada, hallar los esfuerzos producidos, cuyos datos son:

$$f'_c := 210 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$M := 35 \cdot \text{tonnef} \cdot \text{m}$$



**Solución**

- a. Determinación de los módulos de elasticidad y relación modular

$$E_c := 15000 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_c = 217370.65 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_s := 2 \cdot 10^6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\therefore n := \frac{E_s}{E_c} = 9.20$$

- b. Determinación del área del acero convertido

$$cm2 := cm^2$$

$$A_b := \text{Diámetro: } \Phi 1'' \text{ } \downarrow$$

$$A_b = 5.1 \text{ cm}^2$$

$$A_s := 5 \cdot A_b = 25.50 \text{ cm}^2$$

$$A_{cs} := (n) A_s = 234.62 \text{ cm}^2$$

- c. Determinación del centroide y ubicación del E.N

$$h := 82 \text{ cm}$$

$$h1 := 12 \text{ cm}$$

$$b1 := 150 \text{ cm}$$

$$b2 := 30 \text{ cm}$$

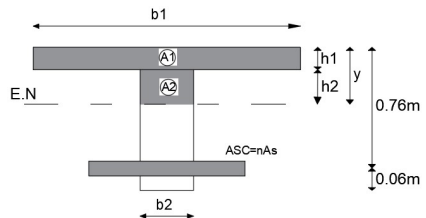
recubrimiento para una capa

$$r := 6 \text{ cm}$$

Peralte efectivo

$$d := h - r = 76.00 \text{ cm}$$

Se aplica el momento estático con respecto al eje neutro:



$$(b1 \cdot h1) \cdot \left( (h1 + h2) - \frac{h1}{2} \right) + (b2 \cdot h2) \cdot \left( \frac{h2}{2} \right) - A_{CS} \cdot (d - (h1 + h2)) = 0$$

$$h2 = 2.04 \text{ cm}$$

$$y := h1 + h2 = 14.04 \text{ cm}$$

d. Determinación del momento de inercia

$$I_x := \frac{b1 \cdot h1^3}{12} + (b1 \cdot h1) \cdot \left( y - \frac{h1}{2} \right)^2 + \frac{b2 \cdot h2^3}{12} + (b2 \cdot h2) \cdot \left( \frac{h2}{2} \right)^2 + n \cdot A_s \cdot (d - y)^2$$

$$I_x = 1038764.51 \text{ cm}^4$$

e. Esfuerzos por flexión

$$f_c := \frac{M \cdot y}{I_x} = 47.31 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

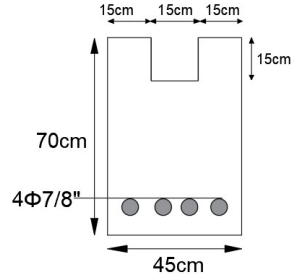
$$f_s := n \cdot \frac{M \cdot (d - y)}{I_x} = 1920.80 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

3. Si se considera que la viga ya esta agrietada, hallar los esfuerzos producidos, cuyos datos son:

$$f'_c := 280 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$M := 15 \cdot \text{tonnef} \cdot \text{m}$$

$$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$



*Solución*

1. Determinación de los módulos de elasticidad y relación modular

$$E_c := 15000 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_c = 250998.01 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$E_s := 2 \cdot 10^6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\therefore n := \frac{E_s}{E_c} = 7.97$$

2. Determinación del área del acero convertido

$$\text{cm}^2 := \text{cm}^2$$

$$A_b := \text{Diámetro: } \Phi 7/8'' \quad A_b = 3.87 \text{ cm}^2$$

$$A_s := 4 \cdot A_b = 15.48 \text{ cm}^2$$

$$A_{cs} := (n) A_s = 123.35 \text{ cm}^2$$

3. Determinación del centroide y ubicación del E.N

$$h := 70 \text{ cm}$$

$$h1 := 15 \text{ cm}$$

$$b1 := 15 \text{ cm}$$

$$b := 45 \text{ cm}$$

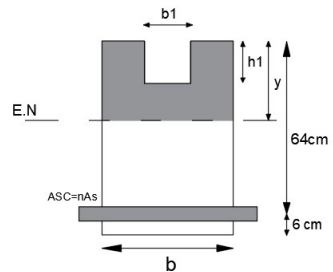
recubrimiento para una capa

$$r := 6 \text{ cm}$$

Peralte efectivo

$$d := h - r = 64.00 \text{ cm}$$

Se aplica el momento estático con respecto al eje neutro:



$$(b \cdot y) \cdot \left(y - \frac{y}{2}\right) - (bI \cdot hI) \cdot \left(y - \frac{hI}{2}\right) - A_{CS} \cdot (d - y) = 0$$

$$y = 19.02 \text{ cm}$$

#### 4. Determinación del momento de inercia

$$I_x := \left(\frac{b \cdot y^3}{12} + (b \cdot y) \cdot \left(y - \frac{y}{2}\right)^2\right) - \left(\frac{bI \cdot hI^3}{12} + (bI \cdot hI) \cdot \left(y - \frac{hI}{2}\right)^2\right) + n \cdot A_S \cdot (d - y)^2$$

$$I_x = 318688.55 \text{ cm}^4$$

#### 5. Esfuerzos por flexión

$$f_c := \frac{M \cdot y}{I_x} = 89.53 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$f_s := n \cdot \frac{M \cdot (d - y)}{I_x} = 1686.93 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Los ejercicios desarrollados corresponden a planteamientos de Juan Ortega (2014) y de McCormac y Brown (2015); sin embargo, han sido adaptados y resueltos mediante el software Mathcad, el cual, a su vez, sirve al estudiante como una guía en el proceso de programación en dicho entorno.

## Referencias bibliográficas

- American Concrete Institute. (2019). *ACI 318: Requisitos de reglamento para concreto estructural*.
- American Concrete Institute. (2025). *ACI CODE-318-25: Building Code Requirements for Structural Concrete – Code Requirements and Commentary*.
- American Society for Testing and Materials. (2020). *ASTM C1583/C1583M-20: Standard test method for tensile strength of concrete surfaces and the bond strength or tensile strength of concrete repair and overlay materials by direct tension (pull-off method)*. ASTM International.
- American Society for Testing and Materials. (2024). *ASTM C39/C39M-24: Standard test method for compressive strength of cylindrical concrete specimens*. ASTM International.
- American Society of Civil Engineers. (2014). *ASCE/SEI 37-14: Design Loads on Structures during Construction*. ASCE.
- Basto Rojas, P. E., & Torres Calderón, W. (2010). *Diseño de un edificio de concreto armado de siete niveles* [Tesis de grado, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio de tesis PUCP. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/885>
- Blasco, A. B. (1990). *Estructuración y diseño de edificaciones de concreto armado*. Colegio de Ingenieros del Perú.

- Burgos Namuche, M., & Piqué del Pozo, J. (2007). *Estudio de la metodología "diseño por capacidad" en edificaciones aporricadas de concreto armado para ser incorporada a la norma peruana E-060 como alternativa de diseño* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Ingeniería]. <http://hdl.handle.net/20.500.14076/760>
- Cantor, B. (2020). *The equations of materials*. Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/oso/9780198851875.001.0001>
- Harmsen, T. E. (2002). *Diseño de estructuras de concreto armado* (3.ª ed.). Fondo Editorial PUCP.
- Instituto Nacional de Calidad (INACAL). (2021). *NTP 339.034:2021 – Concrete. Método de ensayo normalizado para la determinación de la resistencia a la compresión del concreto en muestras cilíndricas* (5.ª ed.). Ministerio de la Producción.
- Instituto Nacional de Calidad (INACAL). (2022). *NTP 339.084-2022: Concreto. Método de ensayo normalizado para la determinación de la resistencia a tracción indirecta del concreto, por compresión diametral de una probeta cilíndrica* (4.ª ed.).
- Macedo Challco, W. (2020). *Rótulas plásticas*. Universidad Andina del Cusco. <https://surl.lu/ambxuy>
- McCormac, J. C., & Brown, R. H. (2015). *Design of reinforced concrete* (10.ª ed.). John Wiley & Sons.
- Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento. (2006). *Norma Técnica de Edificación E.020 "Cargas"* (Decreto Supremo N.º 011-2006-VIVIENDA). Gobierno del Perú.

- Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento. (2009, 8 de mayo). *Norma Técnica de Edificación E.060 "Concreto armado"* (Decreto Supremo N.º 010-2009-VIVIENDA). Gobierno del Perú.
- Morales Morales, R. (2006). *Diseño en concreto armado* (3.ª ed.). Fondo Editorial ICG.
- Nilson, A. H. (1999). *Diseño de estructuras de concreto* (12.ª ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- Olivos, M. (2021). *S05.s1 – Comportamiento de vigas de concreto a flexión y fallas*. Universidad Tecnológica del Perú.
- Ortega García, J. E. (2014). *Diseño de estructuras de concreto armado: Tomo I* (1.ª ed.). Empresa Editora Macro.
- Ottazzi Pasino, G. (2015). *Apuntes del curso concreto armado I* (15.ª ed.). Oficina de Publicaciones para la Docencia, Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Paulay, T., & Priestley, M. J. N. (1992). *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. John Wiley & Sons.
- Raj, P. P., & Ramasamy, V. (2010). *Strength of materials* (1.ª ed.). Pearson India.
- Santana Tapia, R. D. (2014). *Concreto armado: Tratado práctico*. Autoedición.

Este libro se terminó de publicar en la editorial

**Instituto Universitario  
de Innovación Ciencia y Tecnología Inudi Perú**



ISBN: 978-612-5130-63-1



9 786125 130631